

Kost, durch allgemeine Bäder etc. mit gleichzeitiger Unterstützung localer Application der Kälte, innerlichen Gaben von Chinin, Chinadecoct, säuerlichen, kühlenden Getränken, desgleichen durch Benutzung von subcutanen Morphinumjectionen das überraschend günstige Resultat bei dem allerdings sonst gesunden Patienten herbeigeführt wurde.

---

## XIX.

### Die numerische Methode (Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung) mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung auf die Medicin.

Von Friedrich Martius, Dr. med.  
zu Lichterfelde bei Berlin.

*Amicus Plato, magis amica veritas.*

---

Die nachstehende, als methodologischer Versuch gekennzeichnete kleine Arbeit ist aus einem Vortrage hervorgegangen, den ich vor Kurzem in der militär-ärztlichen Gesellschaft zu Berlin gehalten habe. Aus dem Umstande, dass die ursprüngliche Form des Vortrages möglichst gewahrt bleiben sollte, erklärt es sich wohl, weshalb manches sonst besser im Text zu verarbeitende Material in den zahlreichen Anmerkungen seinen Platz gefunden hat.

Ueber Zweck und Ziel meiner Ausführungen mögen diese selbst Auskunft geben. Sollte es durch dieselben gelungen sein, zur Klärung der noch sehr im Argen liegenden logischen Grundlagen von Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung beizutragen, so ist meine Absicht erreicht.

Gross-Lichterfelde, im November 1880.

Der Verf.

Nahezu ein halbes Jahrhundert ist seit dem ersten ernsthaften Versuche verflossen, den wichtigsten, aber leider immer noch unwissenschaftlichsten Theil der Medicin, die Therapie durch Einführung der numerischen Methode von Haus aus zu reformiren, sie

von allem unsichern Hin- und Herschwanken befreit auf einer streng exacten, sichern Grundlage von Neuem aufzubauen. Louis und Gavarret waren es besonders, die mit dem gewöhnlichen Feuereifer aller Reformatoren in's Zeug gehend eine ganz neue Aera wissenschaftlicher Medicin glaubten inauguriren zu sollen. Ihre Hoffnungen und Wünsche sind freilich nicht in Erfüllung gegangen. Denn sie haben, wie Petersen bemerkt<sup>1)</sup>, — trotz all ihrer Kritik und empirischen Skepsis — sich des gerade bei Therapeuten gewöhnlichen, sanguinischen Uebergriffes schuldig gemacht, ihre neu-geschaffene Methode sofort als eine vollkommen genügende und als diejenige hinzustellen, die mit einem Schlage alle Schwierigkeiten in unserer conjecturalen Kunst zu beseitigen vermöchte. Aber trotzdem — die numerische Methode ist der Medicin als unveräusserliches und unverlierbares Eigenthum geblieben. Die numerische Methode im weitesten Sinne des Wortes, Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, werden nie wieder aus der Reihe der geistigen Operationen verschwinden, durch die die wissenschaftliche Medicin ihre Erkenntnisszwecke zu erreichen sucht. Nur über die Tragweite dieses Erkenntnissmittels tobt noch der Streit, gehen die Meinungen weit auseinander. Ueberschätzung hier, Missachtung da. Von der Parteien Gunst und Hass verwirrt schwankt wohl in den Augen der meisten Aerzte noch das Bild, das sie sich vom Werthe der numerischen Methode glauben machen zu müssen. Allerdings glaubt Liebermeister<sup>2)</sup> die Ursache der so seltenen Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung seitens der Aerzte nicht etwa darin suchen zu müssen, dass letztere dieser Disciplin nicht die gebührende Bedeutung beilegen. Die Schuld liege vielmehr an dem analytischen Formelapparat selbst, der bisher zu unvollkommen und zu unbequem gewesen sei. Dem gegenüber glaube ich jedoch nicht fehlzugreifen, wenn ich bei den meisten Aerzten doch ein gewisses Misstrauen in die Leistungsfähigkeit der Methode voraussetze; nur dass nicht jeder das so offen und ehrlich ausspricht, wie der bekannte und berühmte Syphilidologe von Siegmund, wenn er ge-

<sup>1)</sup> Hauptmomente in der geschichtlichen Entwicklung der medicinischen Therapie. Kopenhagen 1877. S. 178.

<sup>2)</sup> Ueber Wahrscheinlichkeitsrechnung in Anwendung auf therapeutische Statistik. Sammlung klinischer Vorträge, herausg. von Richard Volkmann. No. 110. S. 2.

legendlich sagt<sup>1)</sup>: „Wer mit den Vorgängen der spontanen Heilung gar manches Syphilitischen bekannt, andererseits mit den Variationen der latenten Syphilis vertraut ist, wird die Erklärung von dem eigentlichen Heilungswerth eines Arzneimittels nur überaus behutsam abgeben. Die gewöhnliche Statistik, welche mit ihren Massenzahlen so handfest auftritt und so überzeugend scheint, verliert gegenüber einer genaueren, eingehenden Prüfung der wohlerwogenen Thatsachen durch unbefangene Sachverständige beinahe allen Werth.“ Noch schroffer drückt sich ein Franzose aus, den Hirschberg<sup>2)</sup> citirt: „La statistique se rend comme une fille publique au premier venu“; ein Ausspruch dem gegenüber die gewöhnliche Anschuldigung, mit Statistik lasse sich eben alles beweisen, noch ziemlich milde klingt.

Wenn wir nun derartigen Aeusserungen und Auffassungen gegenüber, denen bei aller übertriebenen Schroffheit und Einseitigkeit ein berechtigter Kern nicht abzusprechen sein wird, den Werth und die Leistungsfähigkeit der numerischen Methode für die Medicin einer erneuten, unbefangenen Prüfung unterwerfen wollen, so stehen uns dazu wesentlich zwei Wege offen. Man könnte einmal den mit Hilfe von Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung bisher gewonnenen Thatsachen und Gesetzen direct zu Leibe gehen, um sie auf ihre Haltbarkeit hin einer unmittelbaren sachlichen Prüfung zu unterziehen. Dies ist das legale kritische Verfahren der statistischen Einzelarbeit gegenüber und muss von dem Specialforscher des Faches ausgehen, auf dessen Gebiete die betreffende Arbeit liegt. So untersucht der Syphilidologe die Zusammenstellungen und die daraus gezogenen Schlüsse über Syphilis-Therapie, der Chirurg streitet sich mit dem Chirurgen über die Beweiskraft der Zusammenstellungen in Betreff einer Operationsmethode oder dergleichen. Dass für derartige Discussionen ein, wenn auch nur oberflächlicher Einblick in die Principien der numerischen Methode, von grossem Vortheil, um nicht zu sagen, durchaus nothwendig ist, mag nur angedeutet sein. Es könnte sich sonst wohl einmal ereignen, dass jeder mit seinen Zahlen das beweist, was er beweisen will und die

<sup>1)</sup> Ueber die neuen Behandlungsweisen der Syphilis. Wiener Klinik. II. Jahrgang. 10. Heft. 1876. Herausg. von Joh. Schnitzler.

<sup>2)</sup> Die mathematischen Grundlagen der medicinischen Statistik elementar dargestellt von Dr. J. Hirschberg. Leipzig 1874. S. IX.

„exacte“ Methode geradezu entgegengesetzte Resultate zu Tage fördert. Diese, wie man zugeben wird, nicht gerade aus der Luft gegriffene Betrachtung führt uns direct auf den zweiten kritischen Weg hin, auf dem man die Frage nach dem Werth der numerischen Methode in Angriff nehmen kann. Ich meine die ganz allgemein geführte Untersuchung der reinen Theorie, also Darstellung und Kritik der allgemeinen Principien, auf denen die numerische Methode als Erkenntnissmittel, als ein Theil der inductiven Logik beruht. Ist diese Frage gelöst, so muss sich daraus die Möglichkeit und der Umfang ihrer Anwendbarkeit auf einen speciellen Zweig der empirischen Wissenschaften, wie die Medicin, fast von selbst ergeben.

Einige historische Vorbemerkungen werden uns — aus einem leichtverständlichen Grunde — unsere Aufgabe wesentlich erleichtern. Der logische Fortschritt in allem empirischen Wissen besteht in Umbildung der Begriffe. Die alten Formen und Worte bleiben, aber die fortschreitende Entwicklung der sachlichen Erkenntniss erfüllt sie mit immer neuem und wechselndem Inhalt. So kommt es, dass nach einer langen und mühsamen wissenschaftlichen Entwicklung ein Begriff durch fortwährende Umbildung oft eine nahezu entgegengesetzte Bedeutung von dem erhält, was die ursprüngliche Conception in ihn hineinlegte. Ich erinnere, zur Klarstellung dieses Vorganges, um ein beliebiges Beispiel herauszugreifen, an den Begriff der Zelle. Eine Zelle ist doch ursprünglich ein von Wänden umgebener leerer, oder mit einer differenten Substanz angefüllter Raum. Nach mannichfaltigen Wandlungen im heissen Streite der Meinungen ist schliesslich, wenigstens bei einer Reihe von Zellen, genau das Gegentheil, ein festes Körperchen ohne Wände, daraus geworden.

Diese Erscheinung der Begriffsmetamorphose nun findet eine recht lebhafte Illustration, wenn wir uns, um zunächst zu erfahren, was denn Statistik eigentlich sei, an die berufenen Vertreter dieser Wissenschaft, an die Quelle selbst wenden. Denn, wenn Rümelin <sup>1)</sup> richtig gezählt hat, so sind blos bis zum Jahre 1863 bereits nicht weniger als 62 verschiedene Definitionen von Statistik nach und nach aufgestellt worden, denen dieser Gelehrte mit einem halb

<sup>1)</sup> Reden und Aufsätze. Tübingen 1875. S. 264.

ernsthafte, halb humoristische *vivat sequens*! selbst die 63. anreicht. Es ist daher wohl zu verstehen, wenn Robert von Mohl<sup>1)</sup> dieses Heer auseinanderlaufender Begriffsbestimmungen eine psychologische Merkwürdigkeit und eine wunderliche Literatur genannt hat.

Wer heutzutage das Wort Statistik hört, dem schweben wohl unwillkürlich sofort unendlich viele Zahlen und lange Tabellen vor, aus denen einen sachlichen und leitenden Gedanken herauszulesen, mitunter seine eigenthümlichen Schwierigkeiten hat. Ueberraschend pflegt daher meist der historische Nachweis zu wirken, dass die Statistik ursprünglich ihrer Entstehung und ihrem Wesen nach mit Zahlen und Zahlennachweisungen so gut wie nichts zu thun hatte. Statistik kommt her von Status, der Staat oder der Zustand und bedeutete demgemäss ursprünglich nach der berühmten Definition Achenwall's<sup>2)</sup> um's Jahr 1768: „die gründliche Kenntniss der wirklichen Staatsmerkwürdigkeiten“. Ihre Aufgabe<sup>3)</sup> aber sahen die Statistiker darin, den Zustand der verschiedenen Staaten Europas zu durchmustern, ihre Verfassung auseinanderzusetzen und Ackerbau, Gewerbe, Handel, kurz alle die Merkwürdigkeiten darzustellen, deren Kenntniss für den Statista, d. h. den Staatsmann, oder den zu einer höheren staatlichen Thätigkeit Berufenen ausser der Jurisprudenz noch nöthig war oder gedeihlich erschien. Dass bei diesen Staaten- und Zustandsbeschreibungen etwaige Zahlenangaben nicht immer vermieden wurden, ist selbstverständlich. Nur lag in ihnen nicht das Wesen der Sache. Ja, sonderbarer Weise haben sich die Hauptvertreter dieser Art von Statistik Jahrzehnte lang auf's Heftigste dagegen gesträubt, den numerischen Nachweisungen in ihrer Wissenschaft überhaupt einen berechtigten Platz einzuräumen. Die ersten Männer, die mit aller Schärfe den Satz aufstellten, dass sich die Statistik „auf dasjenige Material zu

<sup>1)</sup> Geschichte der Literatur der Staatswissenschaften. III. Band. Erlangen 1858. Eine, wenn auch kurze, so doch genügend orientirende und klar geordnete Uebersicht über die historische Entwicklung des Begriffs der Statistik giebt Oncken in seiner Untersuchung über den Begriff der Statistik. Leipzig 1870.

<sup>2)</sup> Staatsverfassung der heutigen vornehmsten Europäischen Reiche. Göttingen 1768. Achenwall, der „Vater der Statistik“, war Prof. der Staatswissenschaften in Göttingen. † 1681.

<sup>3)</sup> Vergl. hierzu die historischen Kapitel in dem Handbuch der Statistik von Maurice Block. Deutsche Ausgabe von H. von Scheel. Leipzig 1879, das zur ersten Einführung in die Statistik sehr zu empfehlen ist.

beschränken habe, welches sich in abstracto vermittelt Zahlen ausdrücken lasse<sup>1)</sup>, waren Quetelet in Belgien und Dufau in Frankreich. Hierüber entstand jener berühmte oder besser berühmte Streit, der mit ebenso viel Hartnäckigkeit wie leidenschaftlicher Erregung unter den größten gegenseitigen Invectiven zwischen den „Tabellenknechten“ auf der einen und den als „vage Schwätzer“ gebrandmarkten Zustandsmännern auf der anderen Seite ausgefochten wurde. Ihren letzten Grund hatte die durch diesen Streit nicht aufgeklärte, sondern eher verschlimmerte Begriffsverwirrung einfach in dem Umstande, dass man Sache und Methode nicht scharf zu trennen und auseinander zu halten vermochte. Die Zustandsmänner wollten, allerdings dem historischen Ursprunge der Statistik getreu, nicht von dem verhängnissvollen Irrthum lassen, dass sich dieselbe sachlich als eine und untheilbare Wissenschaft abgrenzen lassen müsse. Da nun aber im Laufe der Zeiten, namentlich durch Errichtung der statistischen Bureaux immer mehr Gebiete der Statistik eigenthümlichen Methode erschlossen wurden, d. h. da immer mehr alles überhaupt zählbare gezählt und rubricirt wurde, so musste das zu der misslichen, aber unabweisbaren Consequenz führen, etwa „die Isothermen und Isotheren, die Ergebnisse der Zuchtungsversuche an Hausthieren, die verschiedenen Heilmethoden von Fieberkranken, die Mortalitätstafeln, die Frequenz der Verbrechen und Selbstmorde, sowie die socialen Wirkungen der verschiedenen Agrarsysteme“<sup>2)</sup> als Theile einer Wissenschaft in einem Buche zu behandeln. Die Statistik würde auf diese Weise schliesslich zur Universalwissenschaft werden, neben der nichts anderes mehr Platz hätte und dabei bestände sie aus einem wüsten Sammelsurium von Notizen, auf das Goethe's Wort seine Anwendung fände:

Denn hat er<sup>3)</sup> die Theile in seiner Hand,  
Fehlt leider nur das geistige Band. (Faust.)

Und doch ist es da, das geistige Band, wenn man es nur sehen will. Es ist eben weiter nichts nöthig, als definitiv jenen Anspruch, dass die Statistik einheitliche Wissenschaft sei, aufzugeben und sie als das anzuerkennen, wozu ihre Entwicklung sie gemacht hat, nemlich als eine Hülfswissenschaft, deren eigenthüm-

<sup>1)</sup> Oncken, a. a. O. S. 36.

<sup>2)</sup> Rümelin, a. a. O. S. 269.

<sup>3)</sup> nemlich der Statistiker.

liche Methode der Anwendung auf die verschiedensten Wissensgebiete fähig ist. Der erste, der meines Wissens einen derartigen Gedanken bestimmt ausgesprochen hat, ist Oncken, der kurzweg die Statistik definiert als „logische Methode der objectiven Induction“<sup>1)</sup>. Klarer und principieller jedoch hat Rümelin<sup>2)</sup> diesen Standpunkt durchgeführt. Er sagt: „Jene eigenthümliche Methode der Forschung, deren wesentlichstes Merkmal wir in die rationelle Durchzählung und Rubricirung vieler Einzelfälle setzen, ist zwar historisch zuerst im Dienste statistischer und somit staatswissenschaftlicher Zwecke angewendet worden und hat, weil ihr für dieses Gebiet die hervorragende Bedeutung zukommt, den Namen der statistischen erhalten; sie ist aber in ihrer Anwendbarkeit und ihrem Wesen nach keineswegs auf diesen Erfahrungskreis beschränkt, sondern von universaler Bedeutung. Sie hat, wie alle besonderen Formen wissenschaftlicher Methodik ihren Platz in der Logik.“ Dies Ergebniss ist von fundamentaler Bedeutung und seine Annahme für uns Mediciner selbstverständlich. Denn hätte es wohl einen vernünftigen Sinn unter medicinischer Statistik etwas anderes zu verstehen, als eine den Gesellschaftswissenschaften entlehnte eigenthümliche Methode der Forschung und deren Anwendung auf medicinische Dinge?

Wenn ich im Eingange meines Vortrages auf die ersten grundlegenden Versuche französischer Forscher hinwies, einen „numerischen Methode“ Eingang in die Medicin zu verschaffen, so hatten jene zuerst damit allerdings die Methode im Sinne, die wir oben als die statistische gekennzeichnet haben. Gavarret sagt in der Einleitung seiner Allgemeinen Principien der medicinischen Statistik<sup>3)</sup> ausdrücklich: „Unter den vielen unermüdlichen und höchst verdienstlichen Forschern (denen die Medicin ihre Fortschritte ver-

<sup>1)</sup> a. a. O. S. 58. So richtig der von Oncken vertretene Gedanke ist, die Statistik als Methode aufzufassen, so unglücklich ist der von ihm dafür gewählte Ausdruck. Seine Andeutungen über den Unterschied von subjectiver und objectiver Induction entbehren durchaus der nöthigen Thatsächlichkeit und Klarheit. Der der Statistik zu Grunde liegenden numerischen Induction steht, wie im Verlauf dieser Arbeit entwickelt werden wird, die experimentelle Induction der reinen Naturwissenschaften gegenüber.

<sup>2)</sup> A. a. O. S. 266.

<sup>3)</sup> Principes généraux de statistique médicale par Jules Gavarret. Paris 1840. Préface.

dankt) kämpften einige ausgezeichnete Männer mit Ausdauer dafür, der Anwendung der Statistik in der Medicin Eingang zu verschaffen. Dies wäre, sagten sie, das einzige Mittel die Erfahrung der Jahrhunderte in der Therapie zu sammeln.“ Dem gegenüber nun meint Gavarret, nach sehr eingehenden Studien zu der Ueberzeugung gekommen zu sein, dass diese Anstrengungen eigentlich nicht des Schweisses der Edlen werth seien. Denn wenn es sich einzig und allein darum handle, die Worte oft, selten, in der grössten Anzahl der Fälle durch Zahlenausdrücke (*par des rapports numériques*) zu ersetzen, so gehe das nicht über eine einfache Reform der Sprache hinaus; aber es sei unmöglich darin eine Frage wissenschaftlicher Methode und allgemeiner Philosophie zu erkennen.

So stand nach Gavarret's Ansicht die Sache, als in der Sitzung vom 5. October 1835, bei Gelegenheit einer Arbeit des H. Civiale, die Frage über die Nützlichkeit der Einführung von Zahlenbeziehungen in die Medicin, im Schoosse der Academie der Wissenschaften angeregt wurde. Im Verlaufe dieser berühmt gewordenen Verhandlung wurde, wie Gavarret erzählt, das Feld der Discussion sofort erweitert. Anstatt sich mit dem zu beschäftigen, was man damals *la méthode numérique* nannte, sprach man von der Möglichkeit der Anwendung des Wahrscheinlichkeitscalculs auf therapeutische Fragen. Damit war eine neue und äusserst wichtige Anregung gegeben. Gavarret gewann sofort die Ueberzeugung, dass die Frage nach der medicinischen Statistik nur eine müssige (*une question oiseuse*) sei. Aber die Anwendung des Probabilitätscalculs — das sei das einzige, was Noth thue.

Dass diese Herabsetzung der Statistik zu Gunsten der Wahrscheinlichkeitsrechnung von Gavarret in seinem ersten Feuereifer sehr übertrieben worden ist, werden wir bald sehen. Denn die Wahrscheinlichkeitsrechnung war der Statistik durchaus nicht so fremd, stand derselben durchaus nicht als ein so wesentlich Anderes und Höheres gegenüber, wie Gavarret angenommen zu haben scheint. Allerdings nahm die Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht etwa von der Statistik ihren Ausgang, sondern bekanntlich auf Pascal's Anregung hin von der Praxis und Theorie der Glücksspiele, des *Hasards*. Aber als blosser Theorie der Glücksspiele würde sie selbst nicht viel Glück gehabt haben. Man wäre bald mit ihr fertig gewesen. Dass sie einen so enorm darüber hinaus-



gehenden Einfluss gewonnen hat, dazu verdankt sie die Anregung der Bevölkerungsstatistik. Die ersten Männer, die sich mit der letzteren in wissenschaftlicher Weise beschäftigten, der holländische Statthalter Witt, der englische Mathematiker Halley und der so verdienstvolle Berliner Oberconsistorialrath Süssmilch kamen nemlich durch ihre Arbeiten zu der eigenthümlichen Wahrnehmung, dass, sei es nun in Folge göttlicher Vorsehung, sei es durch Naturgesetze bedingt, in den bis dahin als ganz regellos und ihrem Eintritt nach als ganz zufällig betrachteten Vorgängen des Menschenlebens, wie Zahl der Todesfälle, der Geburten, der Eheschliessungen etc., überhaupt der Bevölkerungsbewegung von Jahr zu Jahr, von Periode zu Periode eine gewisse Regelmässigkeit sich nachweisen lasse. Man fing an, nach den Gesetzen dieser scheinbar zufälligen Erscheinungen zu suchen. Dies war der Punkt, wo die grossen Mathematiker, denen wir die Ausbildung des Probabilitäts-calculs verdanken, einsetzten. Es trat hier eine Analogie zu Tage, deren Evidenz sich fast von selbst aufzudrängen schien. War es gelungen, der launischen Glücksgöttin des Spiels beizukommen und sie unter feste Gesetze zu beugen, so lag der Gedanke nahe, durch Anwendung derselben Principien und Rechnungsmethoden die gesuchte Gesetzmässigkeit der anscheinend zufälligen socialen That-sachen und Vorgänge zu ergründen. Schon Jacob Bernoulli, dessen grundlegende *Ars conjectandi* 1713 erschien, hatte den Gedanken gefasst, die Wahrscheinlichkeitsrechnung a priori, wie die Theorie des Hasards sie ausgebildet hatte, durch Umkehrung in eine solche a posteriori zu verwandeln, die der Anwendung auf empirische Forschungsgebiete fähig sei. Diesem Gedanken folgend war es besonders Laplace, der unter Ausbildung der durchgreifendsten und künstlichsten Methoden der Analysis die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung als Mittel der Forschung fast auf alle Gebiete des empirischen Wissens auszudehnen unternahm. Ja, er scheute nicht vor der colossalen Behauptung zurück, dass das ganze System menschlichen Wissens auf der Theorie der Wahrscheinlichkeiten beruhe<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> *Théorie analytique des probabilités* par M. le comte Laplace. Paris 1814.

Die Einleitung dieses grossen Werkes, in der Laplace mit Ausschluss aller analytischen Formelentwicklungen, den rein logischen Principien, die der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu Grunde liegen, eine sehr ausführliche Dar-

Es ist das eine merkwürdige Erscheinung. Wie die Statistik als Zustandswissenschaft ihrem Inhalte nach sich consequenterweise zu dem Anspruch erhob, Universalwissenschaft zu sein, so gelangte die Theorie der Wahrscheinlichkeitsrechnung schliesslich zu der nicht minder grossartigen Behauptung, die Universalmethode darzustellen. Wie aber jener Anspruch der Statistiker vor der nüchternen Ueberlegung oder besser noch gegenüber den Bedürfnissen der sich weiter entwickelnden Statistik selbst nicht bestehen konnte, ebenso blieb auch der französischen Logik des Wahrscheinlichen die Kritik nicht erspart, die zwar die Richtigkeit des Calculs als solchen anerkennend, doch die Nothwendigkeit, ja die Möglichkeit fast universeller Anwendung bestritt und auf das richtige Maass zurückzuführen suchte. Vor allem ist nach dieser Richtung hin Fries zu nennen, der in seinem, wie mir scheinen will, nicht genug beachteten und gewürdigten Buche: „Versuch einer Kritik der Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung (Braunschweig 1842)“, am gründlichsten reine Bahn gemacht hat. Er behauptet, dass erstens die ganze philosophische oder besser logische Grundlage der französischen Probabilitätstheorie falsch sei. Dass zweitens die Franzosen in Folge der einseitigen Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung ein viel zu weites Feld hätten geben wollen, indem im Grunde alle unsere Erkenntniss allgemeiner Gesetze von ihren Regeln abhängen solle. „Dadurch ist es gekommen, fährt er fort<sup>1)</sup>, dass sie viele Aufgaben stellen und Lehren ausführen, die gar keinen wahren Grund haben und dagegen beabsichtige ich meine Rede zu richten, wiewohl ich weiss, dass ich damit vielen der grössten Mathematiker streitend entgegentrete. Ich behaupte, dass

stellung widmet, ist auch als besonderes Buch unter dem Titel *Essai philosophique sur les probabilités* 1814 in Paris erschienen.

Die mit besonderer Vorliebe von fast allen Probabilitätstheoretikern hervorgehobene, aber meist ungenau citirte Stelle von der blossen Wahrscheinlichkeit all unseres Wissens, lautet nach dem Original: *On peut même dire, à parler en rigueur, que presque toutes nos connaissances ne sont que probables; et dans le petit nombre des choses que nous pouvons savoir avec certitude, dans les sciences mathématiques elles-mêmes, les moyens de parvenir à la vérité, sont fondés sur les probabilités; (!) en sorte que le système entier des connaissances humaines se rattache à la théorie exposée dans cet ouvrage.*

<sup>1)</sup> Vorwort S. V.

der Grundbegriff der mathematischen Wahrscheinlichkeit selbst nicht genau genug bestimmt sei, ich behaupte, dass die ganze Lehre des Daniel Bernoulli von der *espérance morale* eine irrige sei; ich behaupte, dass die ganze herkömmliche Lehre von der Wahrscheinlichkeit der Zeugenaussagen und richterlichen Entscheidungen falsch sei und, was das wichtigste ist, ich muss einen grossen Theil der Lehren von der Wahrscheinlichkeit *a posteriori* ganz zu beseitigen suchen.“ Lassen wir die *espérance morale* und die Berechnung der Zeugenaussagen, in deren Kritik Fries übrigens kaum zu widerlegen sein dürfte, jetzt auf sich beruhen. Für naturwissenschaftliche und damit auch medicinische Anwendung ist nur die Wahrscheinlichkeit *a posteriori* von eigentlicher Bedeutung. Wenn aber, wie hier geschieht, dem Baum die Axt an die Wurzel gelegt wird, wie sollen wir dann noch auf Früchte für uns hoffen? Haben die Franzosen Recht, dass alle unsere empirische Erkenntniss auf den Principien ihrer *Calculs* beruhe, nun dann wird auch die Medicin sich bedingungslos ihrer Methode unterwerfen müssen, und das ganze noch immer lebendige Misstrauen der Aerzte gegen diesen Schritt hat lediglich seinen Grund in dem oft berufenen und oft beklagten „Widerwillen derselben gegen alle mathematischen Erörterungen“<sup>1)</sup>, d. h. in ihrer mathematischen Unfähigkeit. Oder Fries mit seiner Kritik hat Recht: Denn wäre es ungereimt, den wesentlichen Fortschritt unserer Wissenschaft von einer Methode zu erwarten, die ihrem Wesen nach diese Hoffnung nie erfüllen kann. Mindestens ist es doch vorsichtig, bevor man den weitgehendsten Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf medicinische und besonders therapeutische Dinge und Verhältnisse das Wort redet, zuzusehen, was nach gewissenhafter Kritik dieser Rechnung als brauchbare Methode übrig bleibt.

Eine derartige principielle Voruntersuchung ist gerade von Seiten der Mediciner meines Wissens noch nirgends mit genügender Schärfe in Angriff genommen worden. Gavarret wenigstens, dessen weitläufiges, übrigens mit französischer Eleganz und warmer Ueberzeugung für die Sache geschriebenes Buch noch jetzt die beste Darstellung der logischen Principien enthält, auf denen die Möglichkeit der Anwendung des *Calculs* auf medicinische Dinge beruhen

<sup>1)</sup> Hirschberg, a. a. O. S. X.

soll, zieht seine ganze Kraft aus dem bedingungslosen Glauben an die Lehren seiner grossen mathematischen Landsleute Laplace und Poisson. Wenn dabei Hirschberg ihm den Vorwurf macht, dass er den mathematischen Beweis für die möglichen Fehler practischer Beobachtungsergebnisse mit der Bemerkung schuldig geblieben sei: „M. Poisson a démontré dans une suite de calculs, dont il serait au moins inutiles de rapporter ici les détails etc.“, wodurch der ganzen Darstellung der Stempel des dogmatischen aufgedrückt werde und die Richtigkeit der ganzen Auseinandersetzung zweifelhaft bliebe, so kann ich ihm das so hoch nicht anrechnen. Denn erstens ist es ja jedem unbenommen, bei Poisson nachzusehen und zweitens ist die Ueberzeugung von der Richtigkeit des mathematischen Calculs als solchen mit Recht allgemein so stark, das auf diesen Punkt die von Hirschberg gefürchtete Skepsis sich kaum richten dürfte<sup>1)</sup>. Nein, in den logischen Voraussetzungen des Calculs, da liegt der schwierige Punkt, und hierin tritt auch Gavarret's gläubiges Vertrauen<sup>2)</sup> auf seine Meister am naivsten zu Tage. Schon Bouillaud macht der Behauptung des Laplace, dass alle unsere Kenntniss nur auf Wahrscheinlichkeiten beruhe, gegenüber die Bemerkung, gerade in der Medicin sei doch nicht alles Conjectur. Es gebe doch eine ganz enorme Summe sicherer Kenntnisse in der Aetiologie, in der pathologischen Anatomie, in der Therapie etc. Gavarret replicirt: das sei eine sonderbare Logik. „Man wird uns die Frage gestatten, wie man soviel Gewissheit in der Medicin zulassen kann, wenn man vorher zugegeben hat, dass das ganze System menschlicher Kenntnisse auf Wahrscheinlichkeit beruhe.“ Anstatt also zu schliessen, weil es in der Medicin unzweifelhaft sichere und feststehende Thatfachen giebt,

<sup>1)</sup> Selbstverständlich leugne ich damit nicht, dass Hirschberg durch seine dem Original gegenüber sehr viel einfachere und leichter verständliche Ableitung der Poisson'schen Formeln, sich im Interesse aller nicht Fachmathematiker, die sich über die mathematische Seite der Sache unterrichten wollen, ein wirkliches Verdienst erworben hat. Hierin liegt aber auch die Hauptbedeutung seiner Arbeit, die im übrigen gerade in den logischen Voraussetzungen an den mannichfachsten Unklarheiten leidet.

<sup>2)</sup> Gavarret selbst wendet einmal einen derartigen Ausdruck an, wenn er S. 252 sagt: *Etait-il un moyen plus propre à nous mettre à l'abri de toute erreur d'interprétation, que de nous conformer religieusement à la marche tracée par l'auteur lui même (sc. Poisson).*

muss der Ausspruch von Laplace eingeschränkt werden, kehrt er lieber die Sache um und argumentirt, weil Laplace Recht haben muss, darf es in der Medicin keine Gewissheit geben.

Wie kamen aber Laplace und seine Jünger auf diese Grundvoraussetzung von der blossen Wahrscheinlichkeit all' unseres erreichbaren Wissens? Dieselbe war keineswegs, wie man malitiöser Weise vermuthen könnte, *blos ad hoc*, ich meine zu dem Zwecke aufgestellt worden, um die Wichtigkeit, ja Nothwendigkeit des Calculs eindringlicher zu machen, wenn sie auch genügend nach dieser Richtung hin ausgebeutet worden ist. Leitete man doch aus ihr die Folgerung ab, dass die Wahrscheinlichkeitsrechnung den wichtigsten Theil des öffentlichen Unterrichts ausmachen müsse! Die viel besprochene Annahme hatte vielmehr ihre Wurzel in der damals herrschenden englisch-französischen sensualistisch-skeptischen Philosophie, die von Locke ausgehend in David Hume ihren geistreichsten und bedeutendsten Vertreter fand, der nach vielen Richtungen hin anregend und bahnbrechend gewesen ist. Aber gerade in diesem Punkte lag die Schwäche seines Systems. Indem er nemlich als einzigen und zureichenden Grund für die fortwährend im gewöhnlichen wie im wissenschaftlichen Denken sich vollziehende causale Verknüpfung zweier Wahrnehmungen, die Gewohnheit hinstellte, die beiden Wahrnehmungen nach öfters beobachtetem Zusammentreffen auch als zusammengehörig zu denken, war es ihm allerdings unmöglich, zum Begriff der empirischen Gewissheit zu gelangen. Hume's Fehler bestand wohl darin, die thatsächlich vorhandenen, ja im unkritischen Denken besonders häufigen und gerade oft zu falschen Verallgemeinerungen führenden Ideenassociationen als die einzige Quelle unserer Kenntnisse causaler Beziehungen anzusehen, während sie nur die erste und noch nicht verificirte Stufe derselben darstellen. Locke und Hume, sowie die ihnen folgenden französischen Denker, wie Condillac und Condorcet nun waren, wie man bei Lacroix<sup>1)</sup> nachlesen kann, die Gewährsmänner, auf die die Probabilitätstheoretiker sich stützten, soweit sie überhaupt ihrem complicirten analytischen Formelapparat eine logische Unterlage zu geben sich versucht fühlten. —

Lassen Sie uns hier Halt machen und den allerdings in manchem Zickzack durchschrittenen historischen Weg, der uns zu einer

<sup>1)</sup> *Traité élémentaire du calcul des probabilités*. 4. édit. Paris 1864.

Art von Aussichtspunkt geführt hat, noch einmal zurückblicken. Wir haben die beiden eigenthümlichen Methoden des denkenden Forschens, die der Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu Grunde liegen, von ihrem Entstehen an bis zu dem Momente verfolgt, wo sie mit dem Anspruch universaler Bedeutung hervortreten. Trotz zum Theil getrennter Entwicklung gehören sie beide so eng zusammen, dass wir sie unter dem gemeinsamen Namen der numerischen Methode zusammenfassen konnten. Ihr gegenseitiges Verhältniss ist das einer glücklichen und nothwendigen Ergänzung. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung bedarf zu ihrer Anwendung eines nach den strengen Regeln der Statistik gesammelten Materiales und letzteres würde ohne den Calcul nicht immer seine kritische Verwerthung und diejenige Verarbeitung finden, deren es fähig ist.

Sehen wir nun auf den Werth und die Leistungsfähigkeit der Methode, so wissen wir, dass ihre Anwendung auf die socialen Wissenschaften im weitesten Sinne des Wortes zu immer glänzenderen Resultaten geführt hat und eine fast täglich wachsende Bedeutung gewinnt. Dagegen hat uns die Geschichte gelehrt, dass ihre Verwerthbarkeit für die Naturwissenschaften, in specie die Medicin trotz aller Anstrengungen hervorragender Männer nicht in gleicher Weise vorwärts wollte, ja bald mannichfachem spröden Widerstreben und selbst principiellm Widerspruch sich ausgesetzt sah. Man verlangt hier eben Gewissheit, wie sie trotz des Widerspruchs der Probabilitäts-Theoretiker die experimentelle Induction zu bieten vermag, keine blossе Wahrscheinlichkeit. Dies ist also der Punkt, wo unsere sachliche Untersuchung einzusetzen hat. Ist auf experimentellem Wege wirklich Gewissheit über die Naturvorgänge und Thatsachen zu erlangen, so ist, soweit die experimentelle Induction nur irgend reicht, für die Wahrscheinlichkeitsrechnung kein Platz.

Untersuchen wir also, worin der Gegensatz zwischen der experimentellen und der numerischen Induction besteht.

Induction finden wir in den Lehrbüchern der Logik definirt als den Schluss vom Besonderen, Einzelnen auf's Allgemeine. Während die Deduction, der Schluss vom Allgemeinen auf's Einzelne, den Charakter der Nothwendigkeit an sich tragen soll, werden wir noch immer versichert, dass die Induction nur eine annähernde Gewissheit zulasse. Dass alle Menschen sterben, weil nach allen

bisherigen Beobachtungen kein Ausnahmefall existirt hat, wird uns als typischer Inductionsschluss vorgeführt, der, obgleich practisch Niemand an seiner Richtigkeit zweifele, theoretisch doch den Charakter der Allgemeinheit und Nothwendigkeit nicht aufweisen könne, weil ja die Möglichkeit einer gegentheiligen Erscheinung immer denkbar bleibe. Diese Art Auffassung von Induction, die wir dem grossen Aristoteles verdanken, ist uns allen noch von der Schulbank her erinnerlich. Wenig geneigt, sich mit den abstracten Fragen über das eigene Denken zu beschäftigen, bemerken jedoch die meisten kaum, dass die Denkprozesse, deren die empirischen Wissenschaften zur Bewältigung ihres Materiales sich fortwährend bedienen, mit dem problematischen Dinge, dass die alten Logiker Induction<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Genauer unterscheiden die Lehrbücher der Logik (vergl. z. B. Ueberweg, System der Logik, 4. Aufl. Bonn 1874. S. 375 u. ff.) meist noch die vollständige und die unvollständige Induction. Bei der ersteren, die Aristoteles allein als die wissenschaftliche gelten liess, muss die Sphäre des Allgemeinen durch die vollständige Aufzählung alles Einzelnen erschöpft sein. „Der Mercur hat Axendrehung, ebenso die Venus, die Erde, der Mars, der Jupiter und der Saturn; ebendies sind alle alten Planeten; folglich haben alle alten Planeten Axendrehung.“ Dass hierin kein Schluss liegt, d. h. dass keine neue Erkenntniss, sondern nur ein zusammenfassender sprachlicher Ausdruck gewonnen wird, liegt auf der Hand. Bei wissenschaftlichen Forschungen die sog. vollständige Induction noch als ein Erkenntnissmittel festhalten zu wollen, ist demnach einfach sinnlos. Diese Art Tautologie ist deswegen hier natürlich auch nicht unter Induction verstanden. Da nun nach derselben scholastischen Auffassung das Wesen der unvollständigen Induction darin besteht, dass nicht sämtliche Fälle, welche dem zu erschliessenden Allgemeinen angehören, bekannt sind, so soll, wie zugegeben wird, in einem derartigen Schlusse allerdings eine Erweiterung unseres Wissens vorliegen, aber keine empirische Gewissheit selbst, sondern nur mehr oder weniger hohe Grade derselben. Dementsprechend sagt Lotze (Logik. Leipzig 1874. S. 127) mit Recht, man werfe der Induction vor, dass sie „Gewisses, aber nichts Neues lehre, wenn sie vollständig, Neues aber nichts Gewisses, so lange sie unvollständig sei“. Auf welchen erkenntnistheoretischen Principien nun es beruht, dass im Gegensatz zu dieser seit Aristoteles wie eine ewige Erbkrankheit der Logik anhaftenden scholastischen Auffassung, die naturwissenschaftliche Induction zu empirischer Gewissheit gelangen kann und täglich gelangt, das auseinander zu setzen, gehört nicht hierher. Für den Zweck der vorliegenden Arbeit genügt die einfache Constatirung dieser Thatsache. — Vergl. übrigens hierzu des Verf. Aufsatz: die Principien der wissenschaftlichen Forschung in der Therapie. Sammlung klinischer Vorträge, herausgegeben von Richard Volkmann. No. 139.

zu nennen belieben, so gut wie nichts gemein hat. Erst die Zusammenfassung vieler beobachteten Fälle soll einen Inductionsschluss ermöglichen, der dann immer noch den Charakter des Ungewissen an sich trage. Der Gang der Wissenschaft widerspricht dem täglich. Der Physiker, der in einem einzigen Versuche den Brechungscoefficienten einer Flüssigkeit festgestellt hat, zweifelt keinen Augenblick an der ganz allgemeinen Gültigkeit seiner Feststellung. Wiederholungen des Experiments haben nur den Zweck der Controle über die Technik des Versuchs. Hat er sich davon überzeugt, dass kein Beobachtungsfehler vorliegt, so trägt die neuentdeckte Thatsache in seinen Augen sogar den denkbar grössten Charakter der Allgemeinheit und Nothwendigkeit. Ist in einem unzweifelhaften Falle festgestellt, dass ein gewisser Körper zu den electricischen Leitern gehört, so steht es für jeden Physiker zweifellos fest, dass dieser und alle anderen Körper der gleichen Art jetzt und allezeit und überall unter denselben Umständen electricische Leiter waren, sind und sein werden. Dieser Glaube ist so stark wie kein anderer, er ist einfach unerschütterlich. Man hat schon an Allem gezweifelt, am meisten und mit Vorliebe an den mit so grosser apodictischer Sicherheit auftretenden allgemeinen Sätzen der metaphysischen Philosophie. Aber die Möglichkeit zuzulassen, dass morgen das Eisen specifisch leichter sei als das Wasser, oder zu fürchten, dass eines Tages durch Zuführung von Wärme das Wasser anstatt in Dampf in Eis verwandelt werde, das ist noch Niemandem eingefallen, der bei gesunden Sinnen ist.

Es giebt also gewisse und unzweifelhafte Thatsachen in der Natur, die wir durch experimentelle Induction feststellen können. Diese Thatsachen sind entweder Eigenschaften, die wir als einem Dinge ausnahmslos anhaftend nachweisen, wie z. B. einem Metall seine specifische Schwere oder Vorgänge an den Dingen, die unter gleichbleibenden Bedingungen sich mit derselben Nothwendigkeit immer wieder vollziehen, wie der Verbrauch von O und die Erzeugung von  $\text{CO}_2$  beim Verbrennen einer organischen Substanz. Alle diese Eigenschaften der Dinge und Vorgänge an den Dingen, die wir durch eine einmalige experimentelle Induction als allgemein den Dingen derselben Art zukommend erkennen können, wollen wir mit Rümelin<sup>1)</sup> typisch nennen. Das berechtigt uns zu der

<sup>1)</sup> Vergl. zu der folgenden Begriffsbestimmung Rümelin's zweiten ausserordent-



wichtigen Begriffsbestimmung, dass das Allgemeine nichts anderes ist, als das typische Einzelne. Wir construiren also den Gattungsbegriff aus den Eigenschaften, die dem Einzeldinge typisch sind, d. h. denen, die keinem Einzeldinge derselben Art fehlen. Den typischen Einzelvorgang aber nennen wir allgemein ausgesprochen die Regel oder das empirische Gesetz.

Im Gegensatz zu den typischen stehen nun die individuellen Eigenschaften eines Dinges. Waren jene die constanten, allen Einzeldingen derselben Art ausnahmslos anhaftenden Eigenschaften, so sind dies die wechselnden, nur den Einzeldingen, nicht der Gattung zukommenden Merkmale. Je höher wir in der Abstufung der Organisationen heraufsteigen, desto individueller wird jegliches Ding, jeder in ihm sich abspielende Vorgang, d. h. desto mehr variable Eigenschaften und Ursachen treten neben den constanten Merkmalen uns entgegen. Und wie man, nach Rümelin's schönem Vergleich, sechs Zeichen schon auf 120 Arten zusammensetzen kann, 12 Zeichen aber nicht etwa doppelt soviel mal, sondern gleich 490 Millionen mal, so steigern schon wenige neu hinzutretende Elemente im organischen Leben die Mannichfaltigkeit der Erscheinungen in unendlicher Progression.

Trotzdem ist auch das höchst organisirte Wesen, der Mensch, nach gewissen Richtungen hin typisch und damit den experimentirenden Naturwissenschaften unterworfen. So sein Körper und die Mehrzahl der in ihm sich abspielenden Vorgänge. Anatomie und Physiologie bedienen sich derselben experimentellen Induction wie Physik und Chemie. Die ersten Forscher, die ein menschliches Herz untersuchten und als eine Saug- und Druckpumpe erkannten, zögerten nicht, dies als typisch anzusprechen, also bei allen Menschen denselben Bau und dieselbe Function des Herzens vorauszusetzen. Harvey hat sicher nicht daran gezweifelt, dass, so lange und soweit es Menschen giebt, die Integrität des Blutkreislaufes typische Existenzbedingung derselben sei.

Aber je mehr wir von dem *homme machine*, dem typischen Menschen, zu dem *ζῶον πολιτικόν*, dem willkürlichen Einzelmenschen übergehen, der heirathet oder nicht, Kinder zeugt oder

nicht, Selbstmord begeht oder nicht, — wir können nie mit Sicherheit voraussagen, ob und wissen selten warum, desto mehr tritt im Gegensatz zum Typus die Individualität hervor. Und Alles, was individuell ist, entzieht sich unserer experimentirenden Methode. Denn mit individuell bezeichnen wir ja eben das Variable, Zufällige, nicht Constante in den Eigenschaften und Vorgängen, diejenigen Momente, die die experimentirende Methode erst mühsam eliminiren muss, ehe sie an ihre Versuche gehen kann. Selbstverständlich ist darum das Individuelle nicht indeterminirt, ausserhalb des Causalitätsgesetzes stehend. Wüssten wir genau die Motive einer jeden Handlung, so könnten wir sie auch immer sicher voraussagen. Da uns aber eine solche Kenntniss fehlt, so bleibt uns nichts anderes übrig, als diese individuellen Eigenschaften der Einzeldinge durch eine andere Methode unserm ordnenden Denken zu unterwerfen. Und das thun wir durch die Statistik. Indem wir eine grosse Anzahl individueller Einzeldinge beobachten, finden wir, dass ein Bruchtheil von ihnen eine bestimmte Eigenschaft zeigt, die dem andern Bruchtheil fehlt. Wir können die Gesammtheit der betreffenden Fälle demnach in zwei Gruppen theilen, in solche, welche die Eigenschaft besitzen und solche, welche sie nicht besitzen. Unter den unzähligen Geburten, die zur Beobachtung kommen, sehen wir die überwiegende Mehrzahl der Früchte mit dem Kopf voran in die Welt gelangen, nicht alle. Die Kopflage der Frucht ist also nicht typisch. Nichts hindert uns indessen, alle Geburten zum Zweck einer Uebersicht in zwei Gruppen zu theilen, solche, die mit dem Kopfe, solche, die mit einem andern Körpertheil vorliegen. Unter allen Menschen, die sterben, ist eine gewisse Anzahl an Lungenentzündung krank gewesen. Diese an Pneumonie sterbenden Individuen können in allem Uebrigen die grössten Verschiedenheiten zeigen, sie können verschiedenen Geschlechtes sein, die verschiedensten Altersstufen und Beschäftigungsarten repräsentiren etc., wir bilden doch aus ihnen eine gemeinsame Categorie, einen Collectivbegriff, eben nur der einen Eigenschaft wegen, die sie gemeinsam haben.

Aber wohl verstanden, nicht „die Pneumonie“ ist der Collectivbegriff. Die Pneumonie ist ein zwar sehr complicirter, aber doch typischer pathologischer Vorgang, der als solcher auf Grund klinischer Beobachtung und pathologisch-anatomischer Untersuchung in seinen constanten, immer sich gleichbleibenden Ursachen und

Wirkungen durch die naturwissenschaftliche Induction erkannt und dargestellt wird. Ist auch die Frage nach der Aetiologie dieser Krankheit noch nicht genügend geklärt, so ist doch der in den Lungen sich abspielende Prozess mit voller Schärfe erforscht, so dass wir von dem Typus der Pneumonie zu sprechen berechtigt sind. Stellen wir aber die Zahl der an Pneumonie erkrankten Individuen den an andern innern Krankheiten leidenden gegenüber oder erforschen wir den Procentsatz der an Pneumonie gestorbenen Individuen, so kommen wir zu Durchschnittszahlen, die nur von der Gruppe gelten, über den Verlauf und Ausgang des Einzelfalls aber nichts präjudiciren.

Dies ist eben das charakteristische Moment aller durch Statistik gewonnenen Resultate. „Constante Merkmale sind hier gar nicht vorhanden, ausser dem einzigen, um dessen willen der Begriff gebildet und benannt worden ist. Denn im Collectivbegriff ist ja eben unter sich verschiedenes um nur eines Merkmals willen zu einer Gruppe zusammengefasst.“ (Rümelin.)

Dieses Merkmal kann natürlich, je nach dem wissenschaftlichen Zweck, den man im Auge hat, sehr verschieden gewählt werden. Ueber dieselben 1000 Menschen, die vielleicht in einer geschlossenen Anstalt zusammenleben, also eine natürliche sociale Gruppe bilden, kann man nach den verschiedensten Richtungen hin statistische Erhebungen anstellen. Der Bevölkerungsstatistiker interessiert sich für das Verhältniss der in einem Jahr durch Tod oder Wegzug ausgeschiedenen zu den durch Geburt oder Zuzug neu hinzugekommenen. Der Arzt gruppirt dieselben Individuen nach ihren Erkrankungen, der Staat nach ihrer Erwerbs- und Steuerfähigkeit etc.

Ich denke, der gesuchte Unterschied tritt klar zu Tage. Anatomie, Physiologie und Pathologie mit allen verwandten Gebieten erforschen als Theile der Naturwissenschaft auf dem Wege experimenteller Induction den typischen gesunden oder kranken Menschen. Was hier von einem gilt, gilt von allen. Die Statistik dagegen gelangt vermittelst der rationellen Massenbeobachtung und Massendurchzählung auf dem Wege mannichfaltiger Gruppenbildung zu Gruppenbegriffen, die als reine Durchschnittswerthe für das Einzelindividuum ohne alle Bedeutung sind.

Soweit nun die Medicin in Betracht kommt, giebt es zwei

Grundformen, in welchen die gesuchten Gruppenmerkmale ihren Ausdruck finden. Einmal kann es sich um Erscheinungen handeln, die zwar allen Gliedern der Gruppe zukommen, aber in ihrer absoluten Grösse den individuell mannichfaltigsten Schwankungen unterworfen sind. „Allen Menschen kommt ein bestimmtes Maass von Körpergewicht und Grösse, von Puls- und Athemfrequenz zu, aber jedem ein anderes; alle sterben in einem bestimmten Lebensalter, aber nicht im gleichen. Hier wird nun durch die Massenbeobachtung für eine Gruppe ein Durchschnittsmaass gefunden, die Summe der Einzelgrössen dividirt durch die Zahl der Fälle.“ So entsteht der *moyen homme* von Quetelet, der aber vom typischen Menschen der Physiologie wohl zu unterscheiden ist<sup>1)</sup>. Der Mechanismus des Athmens ist typisch, die Athemfrequenz individuell schwankend.

Die andere Art betrifft Eigenschaften oder Thatsachen, welche nicht bei allen Individuen, sondern nur bei einem Theil derselben gelten. Hier giebt die Massenbeobachtung die Zahl der Fälle, in welchen das Merkmal zutrifft oder nicht, als einen Bruch des Ganzen, in der Regel als procentale Ziffer. Zu dieser Art statistischer Erhebung nöthigt jeden Militärarzt das vorgeschriebene Schema der Rapport- und Berichterstattung. Die Iststärke giebt die Gesamt-

<sup>1)</sup> Rümelin, dem die mit Anführungszeichen versehenen Worte entlehnt sind, zieht daraus (a. a. O. S. 274) folgenden Schluss: „So entsteht ein typisches Individuum, wie bei Gattungsbegriffen, der *moyen homme* von Quetelet“ etc. Es kann diese Identificirung des typischen mit dem mittleren Menschen nur ein Irrthum, gewissermaassen ein *Lapsus calami* sein, wenn Rümelin nicht seinen eigenen Begriffsbestimmungen widersprechen will. Beide, der typische und der mittlere Mensch existiren nicht in der Wirklichkeit, sind nur Abstractionen unseres das Wissen vom Menschen ordnenden Denkens. Während wir aber den typischen oder Gattungsbegriff, dem jedesmaligen Stande unseres exacten Wissens entsprechend, aus den Merkmalen construiren, die als jedem Einzelmenschen ausnahmslos zukommend nachgewiesen sind, haben die Eigenschaften, die den mittleren Menschen bilden, für das Einzelindividuum gar keine Bedeutung. Es giebt keinen Menschen mit mittlerer Athem- und Pulsfrequenz, von mittlerer Grösse und mittlerem Gewicht. Den *moyen homme* bezeichnet man daher besser als reine Fiction, als einen zusammenfassenden Sprachgebrauch, dessen eigentliche Bedeutung man nicht aus den Augen verlieren darf. Wenn die Physiologie die mittlere Pulsfrequenz auf 77,8 Schläge in der Minute festsetzt, so bedeutet das: die Pulsfrequenz bei einer genügend grossen Anzahl von Einzelindividuen addirt und durch die Anzahl derselben dividirt ergibt die Zahl 77,8.

zahl der Individuen an, über die sich die Beobachtung erstreckt. Die Summe der Erkrankungen bildet einen Bruchtheil derselben, der sich seinerseits wieder auf die Krankheitsgruppen und einzelnen Krankheiten vertheilt.

Es ist klar, dass die Auswahl der Eigenschaften, die die Gruppenbildung zum Zweck statistischer Erhebungen bedingen, einer gewissen Willkürlichkeit unterliegen. Sie hängt eben, wie schon bemerkt, von dem Zweck ab, zu dem die specielle Statistik dienen soll. Daraus folgt, dass es allgemeine, für alle Fälle zutreffende Regeln, nach denen die Statistik zu arbeiten hat, nicht geben kann. Die leitenden Gesichtspunkte zu finden, wird immer dem Scharfsinn und dem glücklichen Griff des einzelnen Forschers überlassen bleiben müssen. Eins ist dabei natürlich wichtigste Voraussetzung, nemlich genaue Sachkenntniss des Gebietes, über die die Statistik sich erstrecken soll. Der Volkswirth, dem der Unterschied zwischen Cholera asiatica und Cholera nostras durchaus dunkel ist, wird nur eine sehr mässige medicinische Statistik zu Tage fördern und der in der Handhabung der Methode noch so gewandte medicinische Statistiker wird in einige Verlegenheit gerathen, wenn er über Lohnverhältnisse arbeiten soll. Schon in dieser einfachen Thatsache liegt eine radicale Verwerfung des Anspruchs der Statistik, sachlich eine einheitliche Wissenschaft darstellen zu wollen.

Die einzige Regel, die man ganz allgemein für die Gruppenbildung als nothwendig zu beachten aufstellen kann, liegt in der sorgfältigen Auswahl des charakteristischen Merkmals der Gruppe, oder, wie Schweig<sup>1)</sup> sich ausdrückt, der theilenden Eigenschaft. Dieselbe muss in einer guten Statistik unter allen Umständen so beschaffen sein, dass ihre Seiten sich gegenseitig möglichst vollständig ausschliessen. Dies ist, um ein einfaches Beispiel herauszugreifen, bei der Eintheilung sämmtlicher Geburten in Knaben- und Mädchengeburten der Fall, denn die wenigen Zwitter kommen als ganz abnorme Erscheinungen nicht in Betracht<sup>2)</sup>. Sehr schwierig ist es schon, dieses Princip nicht zu verletzen, in einer Statistik,

<sup>1)</sup> Auseinandersetzung der statistischen Methode in besonderem Hinblick auf das medicinische Bedürfniss. Archiv für physiologische Heilkunde. XIII. Jahrgang. 1854.

<sup>2)</sup> Als ein Beispiel fehlerhafter Eintheilung führt Schweig das folgende an (a. a. O. S. 3, 13.):

die wie unser Schema zur Rapport- und Berichterstattung, in eine so grosse Anzahl von Gruppen und Untergruppen zerfällt. Ob es z. B. immer zu vermeiden sein wird, dass sachlich zusammengehörige Fälle das eine Mal als gastrisches Fieber, also unter Allgemeinerkrankungen, das andere Mal als acuter Magenkatarrh, also unter Erkrankungen der Digestionsorgane geführt werden, das ist mindestens zweifelhaft. Hier ist der Punkt, wo die Statistik von der fortschreitenden experimentellen Induction ihre Directive zu erwarten hat. Je vollständiger die klinische und pathologisch-anatomische Nosologie ausgebildet sein wird, je besser durch genaue Analyse die einzelnen Krankheitstypen festgestellt und auseinandergehalten werden können, desto mehr muss es auch gelingen, die „theilenden Eigenschaften“ eines derartigen Schemas so zu wählen, dass das Grundprincip der Gruppenbildung dabei nicht allzusehr zu Schaden kommt.

Mit derartigen Erwägungen greifen wir jedoch schon zu sehr in das Gebiet der practischen Ausführung statistischer Arbeiten über, die uns heute nicht beschäftigen soll. Kehren wir daher zu unserer Theorie zurück.

Als Beispiel einer guten statistischen Eintheilung haben wir vorhin die der Geborenen nach dem Geschlecht aufgestellt. Sehen wir uns eine nach dieser theilenden Eigenschaft wirklich aufgestellte Statistik an. Eine Erhebung<sup>1)</sup> über die Geburten legitimer Kinder im Jahre 1836 in der Stadt Paris hat unter 19309 Geburten 9785 Knaben und 9524 Mädchen ergeben, d. h. 507‰ Knaben

Art der Einzelfälle: Geisteskranke (Esquirol in Schmidt's Jahrbüchern, Ergänzungsband I, S. 461)

Theilende Eigenschaft: Ursachen.

Seiten der theilenden Eigenschaft: Erbliche Anlage . . . .	337
Häusliche Sorgen . . . .	278
Ausschweifungen . . . .	146
Missbrauch geistiger Getränke	134

u. s. w.

Es liegt auf der Hand, dass diese Art von Statistik völlig werthlos ist, weil die als Seiten der theilenden Eigenschaft gewählten Ursachen sich gegenseitig nicht ausschliessen. Wohin rechnet man einen Geisteskranken, der vor seiner Krankheit in baccho et venere debauchirte und dabei vielleicht noch durch häusliche Sorgen herunterkam?

<sup>1)</sup> Gavarret, a. a. O. S. 262.

und 493 ‰ Mädchen. Mit Ausrechnung dieses Procentverhältnisses hat die Statistik ihre Aufgabe beendet. Wir ersehen aus unseren Ziffern, dass die Knabengeburten die der Mädchen überwiegen und zwar um 3 auf 100. Woran das liegt, davon kann die Statistik natürlich keine Rechenschaft geben. Ebenso wenig kann sie uns dazu verhelfen, auf Grund dieser Zahlen nunmehr bei einer bevorstehenden einzelnen Geburt, ob Knabe, ob Mädchen, vorher sagen zu können. Wir wissen eben weiter nichts als ein aus einer einzigen Beobachtungsreihe abstrahirtes Durchschnittsverhältniss. Streng genommen müssen wir uns auf die Behauptung beschränken, dass im Jahre 1836 in Paris das Verhältniss der Knabengeburten zu dem der Mädchen sich verhielt wie 103 : 100. Damit ist uns aber wenig geholfen. Was wir wissen wollen, ist vielmehr Aufschluss über die Frage: giebt es zwischen Mädchen- und Knabengeburten ein constantes Verhältniss und welches? Dürfen wir das gefundene 103:100 als solches ansehen oder nicht? Dass die Frage nicht mit absoluter Sicherheit entschieden werden kann, wissen wir bereits. Das wirkliche Verhältniss wäre nur zu gewinnen aus der Vergleichung der beiden Geschlechter in der unendlich grossen Zahl aller Geburten der ganzen vergangenen, gegenwärtigen und zukünftigen Menschheit. Da diese unendlichen Zahlen natürlich nicht zu beschaffen sind, müssen wir uns mit den zu Gebote stehenden endlichen begnügen, also an Stelle der Gewissheit eine derselben möglichst angenäherte Wahrscheinlichkeit zu erreichen suchen. Im vorliegenden Falle nun ist die Wissenschaft so glücklich, bereits über eine sehr grosse Zahl von Beobachtungen verfügen zu können<sup>1)</sup>. Aus 85 Millionen Gesamtgeburten in Europa hat man das Verhältniss der Knaben zu Mädchen auf 106 : 100 festgestellt und glaubt sich berechtigt, diese Zahlen als constant betrachten zu dürfen, d. h. man erwartet, bei nur genügend grossen Beobachtungsreihen dasselbe Verhältniss überall und zu allen Zeiten auch künftighin wieder zu finden.

Was fangen wir nun aber mit dem Durchschnitt von 103 Knaben im Jahre 1836 in Paris an? Ist die Abweichung eine zufällige oder wie ist sie sonst zu beurtheilen? Das ist eine Frage, der die nur zusammenstellende Statistik machtlos gegenübersteht. Hier muss

<sup>1)</sup> Oesterlen, Handbuch der medicinischen Statistik. Tübingen 1865. S. 161.

die Wahrscheinlichkeitsrechnung in die Lücke springen. Unterwerfen wir unsere Zahlen dem Calcul nach der Poisson'schen Formel, von der späterhin noch ausführlicher die Rede sein wird, so ergibt sich, dass man allerdings kein Recht hatte, den gefundenen Durchschnitt von 103 Knaben zu 100 Mädchen ohne weiteres als den richtigen anzusprechen, dass derselbe vielmehr unter zu Grunde Legung von 19309 Gesamtgeburten zwischen den Zahlen von 99 bis 107 Knaben zu 100 Mädchen schwanken kann.

In der medicinischen Statistik sind nun die zu Gebote stehenden Beobachtungsreihen meist viel kleiner. Louis<sup>1)</sup> hat unter 140 Typhuskranken 52 Todte und 88 Geheilte, also 37 pCt. Mortalität gehabt. Nach denselben Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die wir oben angewandt haben, hätte er ebenso gut sämtliche Zahlen zwischen 26 und 49 als Sterblichkeitsprocente finden können, ohne ein Recht zu haben, in der Beurtheilung der Sache zu einem relativ günstigeren oder ungünstigeren Schlusse zu kommen. Dieses Resultat liegt von der gewöhnlichen Beurtheilungsweise medicinisch-therapeutischer Zusammenstellungen sehr weit ab. Auf eine Reihe von 140 Fällen pflegt man gemeinhin schon sehr stolz zu sein. Man hält sie gern für ausserordentlich stattlich. Und zuzugeben, dass bei einer beobachteten Mortalität von 37 pCt. dieselbe ebenso gut zwischen 26 und 49 hätte schwanken können, will den meisten nicht in den Sinn. Auf der anderen Seite aber wird kaum Jemand naiv genug sein, behaupten zu wollen, dass jedes aus einer kleinen Beobachtungsreihe berechnetes Durchschnittsverhältniss allgemeine Gültigkeit beanspruchen könne, schon wegen der einfachen Erfahrungsthatsache, dass dergleichen Statistiken sich mit Vorliebe zu widersprechen pflegen.

Wir finden uns demnach ganz allgemein vor die Frage gestellt: Welches sind die Kriterien, nach denen man beurtheilen kann, ob ein durch statistische Erhebung gefundenes Durchschnittsverhältniss mit dem wirklichen, aber unbekannten übereinstimmt; oder mathematischer ausgedrückt: Innerhalb welcher Grenzen darf ein beobachtetes Durchschnittsverhältniss Anspruch auf Gültigkeit erheben?

Um die Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu verstehen, von der allein, wenn überhaupt, eine Antwort auf diese

<sup>1)</sup> Gavarret, a. a. O. S. 284.



Frage erwartet werden kann, dürfte es sich empfehlen von den allgemeinen Begriffen auszugehen, die derselben zu Grunde liegen.

Zweck und Endziel aller unserer wissenschaftlichen Bestrebungen ist das Wissen, die Gewissheit. Dass und wie dieselbe innerhalb des Bereichs der Erfahrungswissenschaften möglich sei, ist bei der allgemeinen Untersuchung über Statistik zur Sprache gekommen. Wir behaupten mit Wilhelm Wundt<sup>1)</sup>: „Gewissheit besitzen wir von allen Thatsachen, die entweder unmittelbar in der Wahrnehmung gegeben, oder aus Thatsachen der Wahrnehmung in zwingender Weise erschlossen sind.“ Der Gewissheit von Thatsachen steht — auch im landläufigen, unwissenschaftlichen Denken — die Wahrscheinlichkeit und der Zufall gegenüber. Beide schränken das Gebiet des Wissens ein, aber beide in verschiedener Weise. Der gewöhnliche Sprachgebrauch giebt uns, wie so oft, auch hier einen beherzigenswerthen Fingerzeig über den Unterschied beider Begriffe. Von mehr oder minder grosser Wahrscheinlichkeit pflegt man bei Ereignissen zu sprechen, die noch in der Zukunft liegen, deren Eintritt man mit grösserer oder geringerer Sicherheit erwartet. Von Zufall ist dagegen nur bei Beurtheilung von Ereignissen die Rede, die bereits abgelaufen sind. Der Mediciner fragt sich nach der Wahrscheinlichkeit, mit der ein angewandtes Heilmittel den gewünschten Erfolg herbeiführen werde, um nach Anstellung des Versuchs darüber nachzudenken, ob der Erfolg durch das angewandte Mittel causal bedingt, oder zufällig eingetreten sei. Gemeinsam dagegen ist beiden Begriffen der Umstand, dass sie nur unter der Voraussetzung einer strengen Gesetzmässigkeit alles Geschehens wissenschaftlich verwerthbar sind. Jede beobachtete Thatsache, jedes Ereigniss ist an sich weder wahrscheinlich noch zufällig. Dadurch dass es überhaupt eintritt, ist auch bereits die Nothwendigkeit seines Eintretens bewiesen. Wahrscheinlichkeit und Zufall liegen also nicht in den Dingen, sondern lediglich in uns; sie haben ihren Grund nur in dem Mangel an Wissen von den zu beurtheilenden Erscheinungen. Das Eintreten einer Thatsache zufällig zu nennen, hat demnach nur den Sinn, dass wir die Ursachen, die dieselbe nothwendig herbeigeführt haben, nicht kennen. Ein künftiges Ereigniss als wahrscheinlich oder unwahrscheinlich zu be-

<sup>1)</sup> Logik. Erster Band. Stuttgart 1880. S. 401.

zeichnen, bedeutet im gewöhnlichen Leben, die subjective und dabei meist recht vage Erwartung, mit der wir seinem Eintreffen oder Nichteintreffen entgegensehen. Der wissenschaftliche Begriff der Wahrscheinlichkeit unterscheidet sich von diesem populären nur dadurch, dass an Stelle der unbestimmten Erwartung eine solche tritt, deren Grad sich streng mathematisch abschätzen resp. berechnen lässt.

Dass im gewöhnlichen Leben mit dem grösseren oder geringeren Wissen von den Umständen, die ein Ereigniss herbeiführen können, der Grad der Erwartung seines Eintritts zu- oder abnimmt, ist bekannt genug. Dass jeder Mensch sterben wird, halten wir für gewiss. Ueber den Eintritt des Todes haben wir in jedem einzelnen Falle nur mit unserm Wissen steigende Vermuthungen. Wenn wir von zwei Menschen weiter nichts wissen, als dass sie beide 30 Jahre alt sind, so ist für uns die Wahrscheinlichkeit des Todes bei beiden gleich gross. Erfahren wir dagegen, dass der eine schwindsüchtig, der andere von robuster Gesundheit ist, so wird für uns plötzlich die Wahrscheinlichkeit, dass der erstere eher sterben wird, eine sehr grosse. Es ist nicht nöthig, solche Beispiele zu häufen. Die Frage, um die es sich handelt, ist lediglich die, welche Mittel giebt es, derartige unbestimmte Erwartungen ihrem Grade nach streng ziffermässig zu bestimmen, d. h. wie ist Wahrscheinlichkeitsrechnung möglich?

Wie schon erwähnt hat die Wahrscheinlichkeitsrechnung ihren Ausgang von der Theorie der Glücksspiele genommen. Wie kann man unter gewissen vorher bestimmten Bedingungen bei einem Spiele die Wahrscheinlichkeit des Gewinnes resp. Verlustes berechnen? Das war die ursprüngliche Frage, die zu lösen war. Das einfachste, noch jetzt in den Darstellungen der Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung gebräuchliche Paradigma ist der sechsseitige Würfel. Wenn ich den Würfel rolle, so weiss ich gewiss, dass eine Seite oben liegen wird. Sechs solcher Seiten giebt es, also kommen bei jedem Wurf 6 Möglichkeiten in Betracht, die bei einem gut gearbeiteten Würfel alle gleich gross sind. Mit einem Wurf die 5 zu werfen, ist eine von 6 gleich grossen Möglichkeiten. Die Wahrscheinlichkeit dieses Wurfes ist demnach  $\frac{1}{6}$ . Unter mathematischer Wahrscheinlichkeit versteht man stets einen Bruch, dessen Nenner die Anzahl aller möglichen, dessen Zähler die Anzahl der

dem Ereignisse günstigen Fälle angiebt. Die entgegengesetzte Wahrscheinlichkeit, d. h. irgend eine andere Seite, nur nicht die 5 zu treffen, setzt sich aus 6 Möglichkeiten zusammen, von denen 5 günstig sind, beträgt also  $\frac{5}{6}$ .  $\frac{1}{6} + \frac{5}{6}$  ist gleich 1. Die Eins ist das Symbol der Gewissheit. Eine von den sechs Seiten muss oben liegen.

Ein noch wichtigeres, in allen Darstellungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung fortwährend wiederkehrendes Paradigma, das Prof. Fick<sup>1)</sup> nicht bloß als ein einzelnes Beispiel, sondern als einen Repräsentanten aller möglichen Gegenstände statistischer Behandlung angesehen wissen will, ist das Ziehen von Kugeln aus einer Urne (etwa einer Lotterie nachgebildet). In einer Urne seien 1 weisse, 5 schwarze Kugeln. Bei jedem Zuge ist die Möglichkeit, gezogen zu werden, für jede der 6 Kugeln gleich gross. Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Zuge die eine weisse zu treffen, ist daher  $\frac{1}{6}$ . Die weisse Kugel zweimal hinter einander zu ziehen, hat die Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{36}$ . Unter zwei Ziehungen dieselbe nur einmal zu erhalten, gleichgültig ob beim ersten oder zweiten Zuge, dagegen wäre  $\frac{2}{36}$  etc.

Je complicirter man nun von vornherein die Bedingungen des Spieles annimmt, desto schwieriger wird es natürlich, die resp. Wahrscheinlichkeiten der jedes Mal möglichen Combinationen des Spiels zu berechnen. Es geschieht dies auf Grund der sogenannten elementaren Grundsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wie sie in der Einleitung zu Laplace's grossem Werke: *Théorie analytique des probabilités* dargestellt sind, von wo aus sie noch heute ihren Weg in alle Lehrbücher und Darstellungen unseres Gegenstandes finden. Mit Hülfe derselben ist man demnach in den Stand gesetzt, für jede gesuchte Wahrscheinlichkeit dieser Art den mathematisch genau zutreffenden Werth zu bestimmen, aber — man beachte wohl — nur innerhalb der Voraussetzungen, wie sie die Anordnung des Glücksspiels bedingen. Der Sinn eines derartig berechneten Quotienten ist demnach lediglich der, auf Grund der vorher bekannten Anordnung des Spiels objectiv sicher den Grad der Erwartung anzugeben, mit der dem Eintreffen irgend einer der möglichen Combinationen des Spiels entgegengesehen werden darf, um danach

<sup>1)</sup> Die medicinische Physik. II. Auflage. 1866. Anhang über die Wahrscheinlichkeitsrechnung. S. 436.

den Einsatz (im Sinne der Wette) zu regeln. Der einzelne Wurf bleibt dabei natürlich so zufällig wie zuvor.

Es braucht nicht erst erwähnt zu werden, dass die grossen Mathematiker, denen wir die Ausbildung des Probabilitätscalculs verdanken, ihren analytischen Scharfsinn nicht deswegen anstrebten, um hasardbedürftige Seelen zu befriedigen. Die auf diesem Gebiete gewonnenen Regeln der reinen Theorie wurden sofort mit der Absicht aufgestellt, ihnen den wahren Werth erst durch die Anwendung auf alle möglichen Gebiete der Forschung zu verleihen. Wie ist aber eine derartige Anwendung möglich?

Das Eigenthümliche und Charakteristische der aus dem Gebiet der Glücksspiele entnommenen Berechnungen besteht darin, dass die Bedingungen, aus denen die verschiedenen Chancen hervorgehen, willkürlich festgesetzt werden<sup>1)</sup>. Daher lässt sich jedesmal die Sphäre sämmtlicher möglichen und die der günstigen Fälle genau vorher abgrenzen und ziffermässig feststellen. So ist leicht einzusehen, dass und weshalb auf Grund derartig gewonnener Data sich immer objectiv sichere Werthe der verschiedenen Wahrscheinlichkeiten finden lassen. Ganz anders ist es mit den variablen Vorgängen des physischen und moralischen Lebens, deren Beherrschung durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung allein unser Interesse in Anspruch nimmt. Sie entziehen sich in ihren Bedingungen durchaus unserer Willkür. Eben weil sie ihren eigenen, immanenten Ursachen folgen, deren Eintritt und Ablauf uns vollkommen unbekannt ist, suchen wir ja gerade, sie der Berechnung zugänglich zu machen. So erhellt denn zunächst, dass alle reine Wahrscheinlichkeitsrechnung a priori als solche auf die Untersuchung und Berechnung von socialen oder ebenso variablen Naturvorgängen, wie beispielsweise

<sup>1)</sup> Vergl. Wilhelm Wundt, der in seiner Logik ebenfalls hervorhebt, „dass die apriorische Wahrscheinlichkeit durchweg aus Bedingungen hervorgeht, die willkürlich von uns gesetzt werden, während die empirische Wahrscheinlichkeit in Naturgesetzen ihre Quelle hat, die wir nicht zu beherrschen vermögen“ (a. a. O. S. 396). Sehr merkwürdig ist dem gegenüber die Behauptung Hirschberg's (a. a. O. S. 5), die ganze Schwierigkeit der Probabilitätsrechnung, auch für die Wahrscheinlichkeit a priori, beruhe in der Ermittlung der überhaupt möglichen und der einem Ereigniss günstigen Fälle, da doch die letztere nur aus dem Grunde apriorisch genannt wird, weil bei ihr die Sphäre der möglichen und günstigen Fälle durch die willkürlich festgesetzten Bedingungen der Aufgabe von vornherein gegeben sind.

die Bevölkerungsbewegung eines Staates keine Anwendung finden kann. Schon Jacob Bernoulli stellte daher der Wahrscheinlichkeit a priori eine solche a posteriori gegenüber, die er als eine Umkehrung der ersteren betrachtete. Deutlich wird das an der Aenderung des Kugelversuchs, dessen er sich als Schema bediente. Indem er annahm, dass das Zahlenverhältniss der verschiedenfarbigen Kugeln in einer Urne unbekannt sei, stellte er sich die Aufgabe, dasselbe durch fortgesetzte Ziehungen zu ermitteln, wobei selbstverständlich jede Kugel, nachdem sie gezogen und notirt ist, wieder in die Urne zurückgelegt wird, um die ursprünglichen Bedingungen des Vorgangs nicht zu verändern. Soviel ist ohne Weiteres sicher, dass, wenn erst auf diesem empirischen Wege das quantitative Verhältniss der einzelnen Farben zu einander wirklich ermittelt wäre, nunmehr die Wahrscheinlichkeit für jeden folgenden Zug mit derselben Schärfe berechnet werden könnte, wie bei der Wahrscheinlichkeit a priori. Denn dann wüssten wir ja genau, wie es hier Bedingung ist, die Anzahl der für jeden Zug möglichen und günstigen Fälle. Es fragt sich nur, ob der Beweis erbracht werden kann von der Richtigkeit der Annahme, d. h. von der Möglichkeit durch fortgesetzte Ziehungen das empirisch gefundene Zahlenverhältniss dem unbekannten, wirklich vorhandenen so sehr zu nähern, dass die noch übrig bleibenden Differenzen oder Fehler für alle praktischen und wissenschaftlichen Zwecke vernachlässigt werden können.

Machen wir uns die Verhältnisse, um die es sich handelt, gleich an einem bestimmten Zahlenbeispiel klar. In einer Urne befinde sich eine beliebig grosse Anzahl von schwarzen und weissen Kugeln, die in einem beliebigen Zahlenverhältniss zu einander stehen. Nehmen wir an, weiss verhalte sich zu schwarz wie 2 : 3. Nun ist von vornherein klar, dass man durchaus nicht darauf rechnen kann, bei einer kleinen Anzahl von Ziehungen weiss und schwarz wirklich in dem Verhältniss zu erhalten, in dem sie in der Urne sich befinden. Bei 5 Zügen z. B. ist wohl möglich, dem angenommenen Verhältniss entsprechend 2 weisse und 3 schwarze Kugeln zu erhalten. Aber es ist ebenfalls möglich, nur schwarze, oder 1 weisse 4 schwarze, oder 3 weisse 2 schwarze, oder 4 weisse 1 schwarze, endlich nur weisse Kugeln zu ziehen. Jede dieser 6 möglichen Combinationen hat nun ihre besondere, berechenbare Wahrscheinlichkeit, und zwar so, dass unter letzteren

die Wahrscheinlichkeit derjenigen Combination den grössten Werth besitzt, deren Verhältniss zwischen schwarz und weiss dasselbe ist, wie in der Urne. Je grösser nun die Anzahl der Ziehungen wird, desto grösser wird die Anzahl der möglichen Combinationen zwischen weiss und schwarz; desto geringer also die absolute Wahrscheinlichkeit, die Kugeln in dem wirklichen Verhältniss zu erhalten. Dabei wächst aber, und darauf kommt es an, immer mehr die relative Wahrscheinlichkeit für diese Combination, d. h. es wird immer wahrscheinlicher eher diese, als eine der anderen Combinationen zu erhalten. Damit aber nicht genug. Fragen wir nach der Wahrscheinlichkeit, dass der gefundene Werth von dem wirklichen Verhältniss nur um eine beliebig eng anzunehmende Grenze, z. B.  $\frac{1}{10}$  abweicht, so lässt sich nachweisen, dass dieselbe nach 5 Versuchen nicht viel mehr als  $\frac{1}{2}$  beträgt, bei hundert Ziehungen dagegen schon den Werth  $\frac{96}{100}$  erreicht, ein Bruch, der der Einheit, also der Gewissheit bereits sehr nahe kommt. Diesem Zahlenbeispiel entsprechend lässt sich ganz allgemein der Beweis führen, dass man bei genügend oft wiederholten Ziehungen innerhalb gewisser Grenzen das wirkliche Verhältniss zwischen schwarz und weiss mit einer der Gewissheit beliebig angenäherten Wahrscheinlichkeit auffinden kann. Das diesem Satze zu Grunde liegende Princip pflegt man nach Poisson's Vorgange das Gesetz der grossen Zahlen zu nennen. Der allgemeine, streng mathematische Beweis desselben, auf den Jacob Bernoulli nach eigenem Geständniss ein zwanzigjähriges Nachdenken verwandt hat, beruht auf der Natur des Binomiums, das selbst wieder von den Sätzen der Combinationslehre abgeleitet wird.

Um nun unser Gesetz, das nach Prof. Fick zu den bemerkenswerthesten und allgemeinsten Wahrheiten gehört, die bis jetzt mit Sicherheit vom menschlichen Geiste erkannt worden sind, für die Anwendung practisch zu gestalten, hat Poisson auf Grund sehr schwieriger, nur mit Hülfe der höheren Analyse verständlicher Entwicklungen eine einfache Formel aufgestellt<sup>1)</sup>, die in jedem einzel-

<sup>1)</sup> Recherches sur la probabilité des jugements. Paris 1837. Poisson hat jedoch bei Aufstellung seiner Formel nicht etwa eine naturwissenschaftliche oder medicinische Anwendung im Auge gehabt. Es handelte sich für ihn vielmehr um die Berechnung der möglichen Fehler richterlicher Urtheile. Die Anwendung auf medicinische Statistik stammt von Gavarret, dem dann die übrigen med. Statistiker in der Mehrzahl gefolgt sind.

nen Falle leicht berechnen lässt, innerhalb welcher Grenzen mit einer der Gewissheit sehr angenäherten Wahrscheinlichkeit das bei einer grossen Anzahl von Beobachtungen gefundene Resultat mit dem wirklichen, aber unbekannten Verhältniss übereinstimmt. Als wünschenswerthen Grad der Wahrscheinlichkeit hat er die ganz willkürliche, aber allerdings der Einheit sehr angenäherte Zahl  $\frac{212}{1}$  gewählt, ein Wahrscheinlichkeitsgrad, der von Gavarret und nach ihm von fast allen Theoretikern über medicinische Statistik, wie Schweig, Oesterlen, Fick, Hirschberg adoptirt worden ist. Die recht handliche Formel selbst lautet

$$\frac{m}{r} \pm \sqrt{\frac{8m(r-m)}{r^3}},$$

wenn  $r$  die Gesamtzahl der Ziehungen,  $m$  die Kugeln einer Farbe,  $r-m$  also die der anderen angiebt. Wenn aus einer Urne, die nur schwarze und weisse Kugeln in unbekanntem Verhältniss enthält, 19309 Ziehungen stattgefunden haben und darunter 9785 weisse und 9524 schwarze Kugeln erhalten worden sind, so findet man mit Hülfe unserer Formel, dass das wirkliche Verhältniss zwischen schwarz und weiss zwar dasselbe sein kann, wie das gefundene, aber nicht sein muss, dass es vielmehr mit einer Wahrscheinlichkeit von 212 gegen 1 von diesem innerhalb gewisser Grenzen abweichen kann. Der Versuch ergab unter 1000 Kugeln 507 schwarze. Die wirkliche Anzahl derselben dagegen kann nach der Combinationslehre zwischen den Zahlen von 496 bis 517 schwanken. Je mehr nun die Anzahl der Ziehungen wächst, desto enger wird diese Grenze, desto sicherer also das empirische Resultat der Ziehungen. Bei einer unendlichen Anzahl von Ziehungen würde man annehmen können, das wirkliche Verhältniss zwischen schwarz und weiss gefunden zu haben.

Alle diese Sätze sind nun mathematisch absolut unanfechtbar. Aber man vergisst nur zu gern, dass sie durchaus dem Gebiete der reinen Wahrscheinlichkeitsrechnung a priori und a posteriori angehören, also eigentlich nur eine mathematische Fiction darstellen. Sowohl der Beweis für das Gesetz der grossen Zahlen, wie die Entwicklung der Poisson'schen Formeln sind ganz abstracte Folgerungen aus den Sätzen der Combinationslehre, die anerkanntermaassen<sup>1)</sup> „bei Betrachtung gegebener Grössen weder ihre Quantität,

<sup>1)</sup> Aschenborn, Lehrbuch der Arithmetik. 2. Aufl. Berlin 1867. S. 353.

noch ihre Benennung, noch andere Eigenschaften derselben berücksichtigt, und sich nur mit der Untersuchung beschäftigt, auf wie viele Arten gegebene Dinge, hier Elemente genannt, neben einander gestellt werden können“. Darum die Unmöglichkeit, bei der Darstellung der uns interessirenden Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung von dem Kugelparadigma loszukommen. Die Kugeln haben eben die erforderlichen, gewissermaassen abstracten Eigenschaften der Elemente und bei der ganzen Aufstellung unserer Beweise, auch der der Wahrscheinlichkeit *a posteriori*, wissen wir von vornherein, dass sie diese Eigenschaften nicht ändern können. Während der ganzen Dauer eines sog. Kugelversuchs bleibt die Anzahl der schwarzen zu der der weissen Kugeln constant, weil wir willkürlich durch das jedesmalige Wiederhineinlegen diese Bedingung selber schaffen. Alle übrigen sogenannten zufälligen oder variablen Bedingungen, von denen der Erfolg bei der einzelnen Ziehung abhängt, laufen aber schliesslich darauf hinaus, dass man die Kugeln thatsächlich, um die Rechnung anstellen zu können, wie jene abstracten Elemente der Combinationslehre betrachtet und demzufolge nichts anderes als ihre unbeschränkte und ganz gleichmässige Variabilität in Betracht zieht.

Dies Alles sind Erwägungen, die man fast immer ausser Acht zu lassen pflegt. So unanfechtbar die reine mathematische Theorie ist, so wenig ist damit von vornherein die Möglichkeit ihrer Anwendung auf Naturvorgänge bewiesen. Die nothwendige logische Voraussetzung einer solchen Anwendbarkeit ist jedenfalls der Nachweis der völligen Uebereinstimmung der wirkenden Factoren, die einen der Rechnung zu unterwerfenden, sich oft wiederholenden Naturvorgang verursachen, mit den Elementen des Kugelversuchs; d. h. der Nachweis ist unerlässlich, dass während der ganzen Dauer der Beobachtung die Summe der constanten und variablen Factoren, von denen der Vorgang abhängt, unverändert bleibt. Beim Kugelversuch wissen wir *a priori*, dass dem so ist, denn wir haben ihm selbst diese Bedingung gegeben. Bei Naturvorgängen können wir aber dasselbe *a priori* nie wissen. Denn wüssten wir es, so hätten wir, nach Dubois Reymond's Ausdruck, eine astronomische Kenntniss von Eintritt, Ablauf des Vorganges; wir bräuchten nicht nach dem Durchschnitt seines Vorkommens zu suchen, sondern könnten (mit Hülfe der Laplace'schen Weltformel) mit



absoluter Gewissheit den Eintritt und den Ablauf auch des einzelnen Ereignisses vorher berechnen.

Wenn daher die reine Theorie zu dem Schlusse gelangt: Ueberall, wo constante Ursachen mit regellos variirenden, accidentellen wiederholt zusammentreffen, hierdurch aber nur zweierlei einander ausschliessende Arten von Ereignissen bewirkt werden können, müssen, vorausgesetzt, dass für die Dauer der Beobachtung die Gesamtheit der Ursachen sich nicht ändert, bei einer genügend grossen Zahl der Wiederholungen dieses Zusammentreffens, die Zahlen, in welchen die Ereignisse beider Arten eintreten, allmählich einem constanten Verhältniss sich nähern, so müssen wir, um zu einer naturwissenschaftlich brauchbaren Anwendung zu kommen, diesen Satz umkehren: Ueberall da, wo in einer langen Reihe von zwei regellos wechselnden, aber einander ausschliessenden Ereignissen derselben Art, wie Knaben- und Mädchen Geburt, Heilung und Tod bei einer bestimmten Krankheit, bei gehäufte Beobachtung allmählich zwischen den Zahlen der beiden Ereignisse ein constantes Verhältniss hervortritt, da können wir annehmen, dass diese Ereignisse durch constante und accidentelle, regellos variirende Ursachen bedingt waren, deren Gesamtheit für die bisherige Dauer der Beobachtung sich nicht geändert hat<sup>1)</sup>.

Dies und dies allein ist die wichtige methodologische Folgerung, die zum Zweck wissenschaftlicher Anwendung aus dem Gesetz der grossen Zahlen sich ergibt. Und wie steht's mit ihren Consequenzen?

Wenn uns der Physiker sagt: das specifische Gewicht des Silbers ist 10,474 und der Statistiker: die Wahrscheinlichkeit einer Knabengeburt ist 0,515, so erweckt diese übereinstimmende Ausdrucksweise den Schein, als handle es sich in beiden Fällen um Naturthatsachen derselben Art. Der Statistiker giebt sich nur zu gern der angenehmen Täuschung hin, als habe er, nur vorausgesetzt, dass seine Zahl den strengen Anforderungen des Wahrscheinlichkeitscalculs Genüge thut, eine Naturthatsache desselben Ranges, desselben methodologischen Werthes gefunden, wie der Physiker, wenn dieser nach genügend streng controlirten Versuchen die specifische

<sup>1)</sup> Vergl. hierzu: Drobisch, die moralische Statistik und die menschliche Willensfreiheit. Leipzig 1867.

Schwere eines Körpers in Zahlen ausdrückt. Spricht doch Hirschberg geradezu von dem Versuch, mittelst statistischer Erhebungen „nach physikalischen Principien das Gesetz der Erscheinung einer Krankheit, ihre Mortalität und ihre Beeinflussung durch verschiedene Heilverfahren, festzustellen“<sup>1)</sup>. Diese Auffassung der Sache ist auf Grund unserer allgemeinen methodologischen Erwägungen als durchaus verfehlt, als einfach falsch zurückzuweisen. Der Physiker hat durch sein Experiment eine dem untersuchten Körper und jedem anderen Exemplar derselben Art nothwendig anhaftende Eigenschaft exact festgestellt. Niemals aber lehrt der Durchschnittswerth einer statistischen Beobachtungsreihe eine dem untersuchten Vorgang als solchem anhaftende Eigenschaft kennen<sup>2)</sup>. Der Satz, die Wahr-

<sup>1)</sup> A. a. O. S. VII. Der schon oben citirten Behauptung Bouillaud's gegenüber, dass es doch unzweifelhaft in der Medicin sicher feststehende Thatsachen gebe, macht Hirschberg folgende Bemerkung: „diese Sätze, obwohl sie in seinem *Essai sur la philosophie medicale* stehen, sind doch wenig philosophisch; denn abgesehen von der reinen Mathematik erfreuen sich unsere gesammten Kenntnisse nur eines mehr oder minder hohen Grades von Wahrscheinlichkeit, die allerdings in einigen Wissenschaften, wie in der Physik und in der Chemie, mit der Gewissheit nahezu (!) zusammenfällt.“ Man darf sich nicht wundern, wenn ich solchen ganz schiefen Auffassungen gegenüber, immer wieder den fundamentalen und principiellen Unterschied zwischen der exacten experimentellen Induction und der W.-R. hervorhebe. Denn wenn die Vertreter der Naturwissenschaft selbst immer wieder den sonderbaren Aberglauben von der blossen Wahrscheinlichkeit und Unsicherheit all' ihres Wissens geflissentlich verbreiten, so ist es den sogenannten „Philosophen“ nicht zu verargen, wenn sie daraus zu ihrem Vortheil folgenden Schluss ziehen: „Es giebt keine vollkommene Sicherheit der Erkenntniss durch Induction, wie schon David Hume unwiderleglich nachgewiesen hat, und wie die Naturwissenschaft heutzutage dadurch eingesteht, dass sie die grösste Wahrscheinlichkeit für dasselbe ausgeben möchte, als Wahrheit. (Aug. Classen, *Der naturwissenschaftliche Realismus. Im neuen Reich.* Herausg. von Wilhelm Lang. 1880. No. 39. S. 488.)

<sup>2)</sup> Wer dem entgegenhalten wollte: das hat ja noch Niemand behauptet, den verweise ich auf ein eingehendes Studium der Moralstatistik, die gerade in methodologischer Beziehung von grossem Interesse ist. Hier möge folgende kurze Andeutung genügen. (Wer weitere Aufklärung sucht, findet dieselbe in dem schon citirten durchaus klar geschriebenen und die Sache erschöpfend behandelnden kleinen Werke von Moritz Wilhelm Drobisch: *Die moralische Statistik und die menschliche Willensfreiheit.*)

Die Wahrscheinlichkeit, eine gesetzwidrige Handlung zu begehen, ist für eine Person

scheinlichkeit einer Knabengeburt beträgt 0,515, bedeutet, genau interpretirt, nichts anderes als: So lange die unbekannten das Geschlecht der Frucht bestimmenden Ursachen innerhalb einer gegebenen Beobachtungssphäre dieselben bleiben, wird man bei einer genügend grossen Beobachtungsreihe unter je 1000 Gesamtgeburten 515 Knaben finden. Ueber die wirkenden Ursachen selbst erfahren wir nichts. Ebenso wenig ist bewiesen, dass das gefundene Verhältniss immer so bleiben werde. Wenn sich die Ursachen ändern, wird auch ein anderes Durchschnittsverhältniss zu Tage treten. Findet man also bei späteren Beobachtungen ein solches, nach den

von 16 bis 21 Jahren	0,000273
- 21 - 25 -	0,000333
- 25 - 30 -	0,000302
. . . . .	
- 70 - 80 -	0,000027

Danach kommen in der Altersklasse von 21 bis 25 Jahren 12,3mal mehr Verbrechen vor, wie in der Altersklasse von 70 bis 80 Jahren. Quetelet und seine zahlreichen Nachfolger drücken diese durch numerische Induction gefundene Thatsachen durch den Satz aus, der Hang zum Verbrechen (*penchant au crime*) sei in der einen Altersgruppe 12,3mal so gross, wie in der andern. Dieser Ausdrucksweise entspricht die Vorstellung, als sei der „Hang zum Verbrechen“ ein jedem Menschen angeborener Trieb, als habe an der gefundenen Zahl jedes einzelne Individuum einen reellen Antheil, d. h. methodologisch ausgedrückt, man glaubt mit dem Satze, der Hang zum Verbrechen irgend einer Altersgruppe beträgt so und so viel, eine im Sinne der experimentellen Induction von der ganzen Gruppe und somit auch von dem Einzelnen geltende Eigenschaft entdeckt zu haben. Drobisch ersetzt daher den Ausdruck „Hang zum Verbrechen“ durch den minder missverständlichen der „Gesetzwidrigkeit“. In der That ist diese Bezeichnung methodologisch viel correcter, weil sie, anstatt aus einer falschen Interpretation der Thatsachen abgeleitet zu sein, nur der Ausdruck dieser Thatsächlichkeit selbst ist.

Hiermit eng zusammen hängt die weitverbreitete Meinung, als könne und müsse die Moralstatistik das Material zu der endgültigen Lösung der von jeher mit so vieler Leidenschaftlichkeit umstrittenen Frage der Willensfreiheit liefern. Diese Frage liegt jedoch durchaus ausserhalb der Competenz der Statistik. Die nachgewiesene „Gesetzmässigkeit“ in den willkürlichen Handlungen beweist nur, dass die Summe der constanten und variablen äusseren Ursachen und inneren Motive, die die Selbstmorde, Eheschliessungen u. s. w. bedingen, innerhalb einer beobachteten Culturepoche sich nicht geändert hat. Ob als Motiv der Einzelthat freier Wille oder nicht wirksam war, das kommt dabei gar nicht in Frage. *Sapienti sat.*

Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung genügend legitimirtes, von dem bisherigen Durchschnitt abweichendes Verhältniss, so beweist dieser Umstand, dass in dem neuen Beobachtungskreise ein nach irgend einer Richtung hin anders wirkender Ursachencomplex wirksam ist. Welcher Umstand als mitwirkende Ursache hinzugetreten, resp. weggefallen ist, davon sagt die numerische Methode als solche wiederum nichts; wohl aber kann sie uns, wie ein oft citirtes und vielbewundertes Beispiel des Laplace<sup>1)</sup> zeigt, veranlassen, danach zu suchen. Laplace hatte nemlich gefunden, dass, während im übrigen Frankreich neugeborene Knaben zu Mädchen wie 22 zu 21 sich verhielten, in Paris das Verhältniss 25 zu 24 hervortrat. „Es scheint also, schliesst er daraus, dass in Paris eine besondere Ursache die Zahl beider Geschlechter einander nähert. Wendet man auf diese Frage den Probabilitäts calcul an, so findet man eine Wahrscheinlichkeit von 238 gegen 1 zu Gunsten der Existenz dieser Ursache, und das genügt, um eine Nachforschung nach derselben zu veranlassen (ce qui suffit pour en autoriser la recherche). Als ich darüber nachdachte, schien mir die beobachtete Differenz von dem Umstande abzuhängen, dass die Eltern aus den Provinzen verhältnissmässig mehr Mädchen in das Findelhaus von Paris schicken als Knaben, weil sie sich gewisse Vortheile davon versprechen, die Knaben zu Hause zu behalten,“ — eine Hypothese, die durch das Aufnahmeregister des Findelhauses bestätigt wurde.

Man hat dieses Beispiel oft und gern zu dem Nachweise benutzen wollen, dass die Wahrscheinlichkeitsrechnung geeignet sei, direct den Ursachen der Phänomene nachzuspüren. Laplace selbst zieht diesen Schluss nicht. Aus seinen Worten geht ganz klar und unzweideutig hervor, dass er durch seine Rechnung nur eine sehr grosse Wahrscheinlichkeit dafür gefunden hat, dass eine störende Ursache der veränderten Durchschnittszahl zu Grunde liege. Zum Nachweis dieser Ursache aber hat ihm nicht die Rechnung verholfen, sondern Hypothesenbildung, d. h. eine glückliche Idee, die durch anderweitige Erfahrungen hinterher verificirt wurde.

Während also die numerische Methode im besten Falle einen Fingerzeig dafür geben kann, wo die Ursachen veränderter Durchschnittsverhältnisse zu suchen sind, geht die experimentelle Induction

<sup>1)</sup> A. a. O. Introduction S. 57.

den Ursachen der Phänomene direct zu Leibe und weist dieselben mit aller Gewissheit nach. Das Experiment (natürlich im weitesten Sinne des Wortes genommen) kann und muss schliesslich die Wissenschaft darüber aufklären, ob und welche Mikroorganismen die Ursache der Infectionskrankheiten sind. Nur so weit, wie die Therapie der experimentellen Induction zugänglich ist, werden wir über den ursächlichen Zusammenhang zwischen Arzneimittel und Effect im Organismus Aufklärung gewinnen. Ueberall erst da aber besitzen wir ein exactes Wissen, wo wir den causalen Zusammenhang der Phänomene kennen. Es ist daher principiell falsch und beruht auf einem groben Verkennen der methodologischen Principien, wenn Oesterlen behauptet: die Statistik sei „allein berufen, auch der Medicin eine Thatsächlichkeit, eine Sicherheit des Wissens zuzuführen, wie wir sie auf keinem anderen Wege erhalten könnten“<sup>1)</sup>. Eine solche Thatsächlichkeit, eine solche Sicherheit des Wissens existirt bereits in vielen Zweigen der medicinischen Wissenschaft, in der normalen Anatomie und der Physiologie, in der pathologischen Anatomie und der klinischen Krankheitslehre etc. aber gerade nur soweit, als dieselben nicht Statistik sind, sondern exacte Naturwissenschaft, d. h. insoweit ihre Resultate durch die den exacten Wissenschaften *κατ' ἐξοχήν*, Physik und Chemie zu Grunde liegenden experimentellen Induction gewonnen sind.

So ist denn derselbe fundamentale Unterschied zwischen numerischer Methode und experimenteller Induction, den schon die Betrachtung der der Statistik zu Grunde liegenden Begriffe ergab, auch bei der Untersuchung der Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu Tage getreten. Es kann daher ein den Probabilitätstheoretikern im Uebrigen natürlich sans comparaison entgegengehaltenes ne sutor ultra crepidam nicht mehr ungerechtfertigt erscheinen. So werthvoll und so wichtig immer die durch die numerische Methode gewonnenen Durchschnittsverhältnisse zur Orientirung unseres Wissens sein mögen zur Erkenntniss der nothwendigen, causalen Bedingtheit der Einzelphänomene können sie uns nicht verhelfen. Schränkt man aber die numerische Methode auf das ihr zukommende Gebiet ein, so ergiebt sich für das Verhältniss von Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung zu einander der einfache Satz: die Wahr-

<sup>1)</sup> A. a. O. S. 5.

scheinlichkeitsrechnung dient zur unerlässlichen Kritik der durch die Statistik gewonnenen Resultate.

Mit diesen Ergebnissen, durch welche die numerische Methode den ihr gebührenden methodologischen Platz innerhalb des als Induction im weitesten Sinne des Wortes bezeichneten Erkenntnissweges der empirischen Wissenschaften angewiesen erhält, darf unsere allgemeine theoretische Untersuchung als abgeschlossen gelten. Wir würden hier abbrechen können, wenn nicht noch auch auf dem ihr eigentlich zukommenden Gebiete gegen die bisherige Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung die mannichfachsten Bedenken sich erheben liessen.

Soweit speciell die therapeutische Statistik in Betracht kommt, ist es besonders Liebermeister<sup>1)</sup>, der die Mängel der bisherigen Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung scharf und treffend hervorhebt. Die Therapie ist und bleibt ihrem Wesen nach eine Kunst, die individualisirend dem Einzelfall gegenüber steht und um so vollkommener sein wird, je mehr sie, anstatt nach allgemeinen Schablonen zu verfahren, die einzelnen Phasen des genau analysirten Einzelverlaufs zu beherrschen sucht. Noch sind aber zu einer wirklich rationellen Therapie wenig mehr als die ersten Anfänge gemacht. So lange es nicht gelungen sein wird, durch experimentelle Induction den strengen causalen Zusammenhang zwischen dem Verlauf des typischen Einzelfalls und der versuchten Arzneiwirkung nachzuweisen, so lange wird „die Statistik des blossen Erfolges“, die Berechnung von Durchschnittserfahrungen nicht zu entbehren, ja das einzige Mittel sein, in dem Chaos widersprechender therapeutischer Ansichten wenigstens über den wahrscheinlichen Werth der einzelnen Mittel zu orientiren. Dass dabei die unkritische Verwerthung jeder kleinen beliebigen Beobachtungsreihe wissenschaftlich unzulässig und verwerflich ist, haben wir bereits gesehen. Die Poisson'schen Formeln<sup>2)</sup> nun, die in der therapeutischen Sta-

<sup>1)</sup> Ueber Wahrscheinlichkeitsrechnung in Anwendung auf therapeutische Statistik. Sammlung klinischer Vorträge, herausg. von Richard Volkmann. No. 110.

<sup>2)</sup> Wenn bisher immer nur von einer Poisson'schen Formel die Rede war, so hatte das seinen Grund darin, für den Vortrag die Darstellung nicht zu verwickelt werden zu lassen. Die oben schon angeführte Formel findet ihre Anwendung bei der Aufstellung nur einer statischen Beobachtungsreihe und lässt erkennen, innerhalb welcher Grenzen das gefundene Durchschnittsverhältniss von dem wahren möglicherweise abweichen kann. Sind dagegen

tistik bisher allein als Mittel der Kritik von den Aerzten angewandt und empfohlen wurden, leiden an einigen sehr auffallenden Mängeln. Einmal sind es Näherungsformeln, die nur dann anwendbar sind, wenn die Anzahl der Fälle über hundert beträgt. Ja, die aus diesen Formeln zum practischen Gebrauche zuerst von Gavarret berechneten, dann von Fick, Hirschberg u. a. adoptirten Tabellen beginnen erst mit 300 Fällen. „Offenbar sind dadurch die meisten in praxi vorkommenden Beobachtungsreihen von der Anwendung des Calculs ausgeschlossen.“ (Liebermeister.) Zweitens geben die Formeln nicht etwa auf die Frage: mit welchem Grade von Wahrscheinlichkeit der Zufall ausgeschlossen werden kann, Antwort, sondern gestatten nur die Berechnung der Frage, ob ein bestimmter, willkürlich gewählter Grad von Wahrscheinlichkeit für Ausschliessung des Zufalls erreicht werde oder nicht. Poisson und nach ihm Gavarret verlangen als wünschenswerthen Grad der Sicherheit die Wahrscheinlichkeit von 212 gegen 1. Ein je höherer Grad der Wahrscheinlichkeit nun bei Aufstellung der Formeln gefordert wird, desto weiter werden bei der Berechnung die Fehlergrenzen und umgekehrt, je niedriger der Grad der Wahrscheinlichkeit ist, mit dem man sich begnügen will, desto näher rücken die Fehlergrenzen aneinander, desto brauchbarer wird also scheinbar das Resultat. Aus dem Grunde hat Hirschberg

zwei grosse Statistiken über dasselbe Ereigniss erhoben, deren Resultate von einander abweichen, so gestattet eine zweite Formel:

$$\pm \left( \frac{m}{r} - \frac{m_1}{r_1} \right) = \pm \sqrt{\frac{8m(r-m)}{r^3} + \frac{8m_1(r_1-m_1)}{r_1^3}}$$

die Berechnung, ob mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,9953 die Differenz der Durchschnittswerthe beider Statistiken eine zufällige ist, oder ob sie von einer Verschiedenheit der (unbekannten) constanten Ursachen herrührt, die den beiden Beobachtungsreihen zu Grunde liegen. Gesetzt nun, es hätten zwei Forscher bei derselben Krankheit, aber verschiedener Behandlungsweise, jeder sein Mortalitätsverhältniss festgestellt, und die Differenz zwischen beiden sei so gross, dass mit Hülfe der Formel nach dem reinen Calcul der Zufall sich ausschliessen lässt, so ist dieser Umstand für den Vorzug der Therapie mit geringerer Mortalität nur dann beweiskräftig, wenn der stricte Nachweis geführt werden kann, dass mit Ausnahme der Therapie in den den Verlauf der Fälle bedingenden constanten Ursachen kein Unterschied besteht, ein Nachweis, der jedenfalls trotz Gavarret, in den meisten Fällen sehr schwierig werden dürfte.

für diejenigen, denen die Forderung einer Wahrscheinlichkeit von 212/213 zu rigorös und pedantisch ist, weil letztere die möglichen Fehler als zu gross erscheinen lasse, eine zweite Tabelle berechnet, der nur eine Wahrscheinlichkeit von circa  $\frac{9}{10}$  zu Grunde liegt. Liebermeister erklärt das für einen wesentlichen Fortschritt, weil dadurch manche Beobachtungsreihe wenigstens einigermaassen verwertbar werde, die dies bisher nicht war. Mir will dagegen scheinen, als hätte Hirschberg durch nichts eine schärfere Kritik der Willkürlichkeit und Unsicherheit des ganzen Verfahrens liefern können, als durch die Berechnung dieser beiden Tabellen. Denn da es dem subjectiven Belieben überlassen bleibt, ob man die grössere oder die geringere Wahrscheinlichkeit bei der Vergleichung therapeutischer Durchschnittszahlen zu Grunde legt, kann es sich leicht ereignen, dass nach der einen Formel berechnet, die Ueberlegenheit einer Heilmethode über eine andere erwiesen erscheint, während die andere Formel auf dieselben Verhältnisse angewandt die besseren Resultate bei der einen Heilmethode als reinen Zufall erscheinen lassen! Und diese privilegierte Willkür soll dazu dienen, „nach physikalischen Prinzipien die Beeinflussung einer Krankheit durch verschiedene Heilverfahren festzustellen“!

Diesen nicht wegzuleugnenden Uebelständen will nun Liebermeister dadurch abhelfen, dass er die Poisson'schen Formeln ganz aufgibt und von anderen Voraussetzungen ausgehend neue Formeln entwickelt, die dazu dienen können, für jedes vorliegende auch noch so kleine Beobachtungsmaterial mit Sicherheit und Genauigkeit zu berechnen, mit welchem Grade von Wahrscheinlichkeit der Zufall ausgeschlossen ist. Wenn z. B. von 15 Kranken 6 gestorben sind, bei einer anderen Behandlungsweise aber von 32 gleichwerthigen Kranken 7, so wissen die Poisson'schen Formeln mit diesen Zahlen nichts anzufangen. Liebermeister dagegen belehrt uns, man könne 9 gegen 1 wetten, „dass die Differenz der Resultate bei beiden Beobachtungsreihen nicht zufällig war, dass also, falls alle andern constanten Ursachen, von denen die Differenz herrühren könnte, sich ausschliessen lassen, dieselbe auf die Verschiedenheit der Behandlung zu beziehen ist“.

Um diesen Schluss zu ermöglichen, werden also zwei Voraussetzungen gemacht. Einmal, dass die Wahrscheinlichkeit von 9 gegen 1 genügt, um daraufhin den Beweis zu stützen. Sodann,



dass die beobachteten Fälle durchaus vergleichbar seien, d. h. keine andere Verschiedenheit in den möglicherweise ihren Verlauf bestimmenden Ursachen darbieten, als die verschiedene Therapie. Und wenn nun der Beweis von der Vergleichbarkeit der Fälle, diese ewige crux aller statistischen Erhebungen, durch eine genaue klinische Analyse wirklich geführt werden könnte, was haben wir dann gewonnen? Die Berechtigung, so lange jede Einsicht in den causalen Zusammenhang zwischen Therapie und Verlauf fehlt, vorläufig diejenige Therapie vorzuziehen, die die besseren Resultate liefert. Diese goldene Regel hat man aber immer befolgt, auch ehe die ziemlich umständlich zu berechnenden Liebermeister'schen Formeln existirten. Wenn Laplace die Regeln des Probabilitätscalculs den in Rechnung gebrachten gesunden Menschenverstand nennt<sup>1)</sup>, so widersprechen dem die Liebermeister'schen Formeln gewiss nicht. Sie zeigen uns in der That, dass je grösser die Differenz der Beobachtungsergebnisse zweier Reihen wird, um so mehr die Wahrscheinlichkeit für Ausschliessung des Zufalls wächst. Wird aber damit etwas Neues gesagt, oder die Therapie exacter gemacht?

In der That glaube ich, man wird sich der Ueberzeugung nicht verschliessen können, dass die Liebermeister'schen Formeln, wenn auch practisch anwendbarer, so doch unwissenschaftlicher sind, als die von Poisson. Denn diese ermöglichen immerhin, auf Grund des Gesetzes der grossen Zahlen bei grossen Beobachtungsreihen zu entscheiden, innerhalb welcher Grenzen ein gefundenes Durchschnittsverhältniss mit einer der Gewissheit sehr angenäherten Wahrscheinlichkeit als richtig angesehen werden darf. Jene vernachlässigen das Gesetz der grossen Zahlen ganz und bieten nichts, als die in Wahrscheinlichkeitszahlen ausgedrückte Erwägung, dass man bei völliger Unkenntniss über die Natur der vorliegenden Prozesse am besten thut, sich *faute de mieux* bei ferneren therapeutischen Maassnahmen einfach nach den bisherigen thatsächlichen Erfolgen zu richten.

<sup>1)</sup> Dieser oft citirte Ausspruch lautet wörtlich: „On voit par cet Essai, que la théorie des probabilités n'est au fond que le bon sens réduit au calcul: elle fait apprécier avec exactitude, ce que les esprits justes sentent par une sorte d'instinct, sans qu'ils puissent souvent s'en rendre compte.“ A. a. O. Ende der Introduction.

Ich brauche wohl zum Schluss nicht noch hervorzuheben, dass ich mit diesem ziemlich negativen Resultate nicht etwa einer Vernachlässigung der Statistik das Wort rede. Im Gegentheil. Je sorgfältiger und exacter die Massenbeobachtungen in der Therapie angestellt werden, desto mehr wächst die Wahrscheinlichkeit, durch die Statistik des thatsächlichen Erfolges, natürlich wieder in Ermangelung eines bessern, richtige Fingerzeige für unser weiteres practisches Handeln zu erhalten.

Nur der immer wieder versuchten Kompetenzüberschreitung der der Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu Grunde liegenden Methode galt es entgegenzutreten. Der wirklich exacte über den causalen Zusammenhang der Phänomene Licht verbreitende Fortschritt der Medicin liegt in der experimentellen Induction, nicht in der numerischen Methode.

---

## XX.

### Zur Lehre von der Aetiologie, Pathogenie und Therapie der Rachitis.

Von Dr. Zander in Eschweiler.

---

Ueberblickt man das ausgedehnte Literaturverzeichniss über Rachitis z. B. in von Ziemssen's Handbuch der speciellen Pathologie und Therapie, Artikel Rachitis von Senator, Band 13, 1. Theil, S. 159 u. ff., so ist man leicht versucht zu glauben und zu denken, dass die Rachitis eine der am besten gekannten Krankheiten sei; nur stört sehr der Nebengedanke: tot capita, tot sensus. Das müssen wir freilich zugestehen, dass durch die Arbeiten von Kölliker (Mikroskopische Anatomie 1848 u. 1849, Bd. II. S. 360) und vorzugsweise durch die von Virchow (dieses Archiv 1852 Bd. IV. S. 307 und 1853 Bd. V. S. 409, Cellularpathologie 1871 S. 505) die histogenetischen Verhältnisse des Knochengewebes bei der Rachitis so klar und deutlich aufgedeckt und beschrieben worden sind, dass spätere Forscher wenig weitere Aufschlüsse gebracht haben. Als nicht mehr umzustossende Thatsache steht fest, dass das Wesen